

S  
12

**KEFAHAMAN PELAJAR SEBUAH KELAS TINGKATAN EMPAT  
TENTANG PENDARABAN DUA MATRIKS**

**SHARIDA BT HASHIM**

**Hak Milik MARA**

**UNIVERSITI MALAYA**

**1999**



FAKULTI PENDIDIKAN  
UNIVERSITI MALAYA

Pengakuan Keaslian Penulisan

Nama Calon: SHARIDA BT. HASHIM

Tajuk Kertas Projek: KEFAHAMAN PELAJAR SEBUAH KELAS

TINGKATAN EMPAT TENTANG PNDARABAN DUA MARIKS

Tarikh Penyerahan: 19 MAC 1999

Saya sahkan bahawa segala bahan yang terkandung dalam Kertas Projek ini adalah hasil usaha saya sendiri. Sekira terdapatnya hasil kerja orang lain atau pihak lain sama ada diterbitkan atau tidak (seperti buku, artikel, kertas kerja, atau bahan dalam bentuk yang lain seperti rakaman audio dan video, penerbitan elektronik atau internet) yang telah digunakan, saya telah pun merakamkan pengiktirafan terhadap sumbangan mereka melalui konvensyen akademik yang bersesuaian. Saya juga mengakui bahawa bahan yang terkandung dalam Kertas Projek ini belum lagi diterbitkan atau diserahkan untuk program atau ijazah lain di mana-mana universiti.

Tandatangan: *Sharida Hashim* Tarikh: 13/3/99

(Borang Pengakuan Keaslian Penulisan)

KEFAHAMAN PELAJAR SEBUAH KELAS TINGKATAN EMPAT  
TENTANG PENDARABAN DUA MATRIKS

SHARIDA BT HASHIM

Hak Milik MARA

Laporan Penyelidikan Yang Dikemukakan Kepada Fakulti Pendidikan  
Universiti Malaya Sebagai Memenuhi Sebahagian Daripada  
Keperluan Untuk Ijazah Sarjana Pendidikan

1999

## ABSTRAK

Fokus kajian ini adalah untuk memperoleh pengetahuan mengenai kefahaman tentang pendaraban dua matriks di kalangan pelajar sebuah kelas Tingkatan Empat di Selangor. Tujuan utama kajian ini adalah untuk mengkaji startegi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pendaraban dua matriks di kalangan pelajar sebuah kelas Tingkatan Empat di Selangor. Empat soalan kajian diformulasikan dan data dipungut untuk menjawab soalan-soalan tersebut.

Data dipungut dari pengendalian Ujian Kefahaman kepada suatu sampel 30 orang pelajar Tingkatan Empat dari sebuah sekolah menengah di Selangor. Ujian Kefahaman tersebut mengandungi soalan-soalan yang merangkumi berbagai konsep dan operasi pendaraban matriks yang di perolehi dari pembelajaran.

Kajian ini mengenal pasti kaedah yang digunakan oleh pelajar untuk menyelesaikan tiap-tiap soalan di dalam Ujian Kefahaman ini dan menentukan peratus pelajar bagi setiap kategori penyelesaian. Seterusnya kajian ini mengenal pasti sama ada kaedah yang digunakan oleh pelajar selari atau tidak dengan kaedah penyelesaian oleh orang dewasa.

Hasil kajian yang utama dari penyelidikan ini adalah seperti berikut:-

- i) lapan kaedah digunakan oleh tiga puluh orang subjek kajian ini untuk mengenal pasti syarat-syarat bagi pendaraban dua matriks.
- ii) bagi menyelesaikan masalah pendaraban dua matriks, terdapat lebih daripada tujuh kaedah atau strategi yang digunakan oleh subjek kajian.

- iii) dalam operasi pendaraban dua matriks, untuk item 2, terdapat seramai empat orang (13.33%) subjek kajian sahaja menggunakan kaedah yang selari dengan kaedah penyelesaian oleh orang dewasa, manakala untuk item 4 pula seramai lapan orang subjek (26.67%) , dan bagi item 5 seramai lima orang (16.67%).
- iv) cara atau strategi bagi menyelesaikan setiap masalah pendaraban dua matriks di mana matriks-matriks yang diberi itu berbeza peringkatnya masing-masing (lihat item 2, 4 dan 5) yang digunakan oleh lapan belas orang (60%) subjek adalah tidak konsisten.
- v) Bagi soalan mengenal pasti unsur-unsur dalam suatu matriks (lihat item 3), cuma lapan orang (26.67%) subjek kajian ini yang dapat mengenal pasti unsur-unsur yang dikehendaki dan selebihnya terkeliru disebabkan kesilapan mereka mengambil kira unsur bagi baris sebagai lajur dan unsur bagi lajur sebagai baris.
- vi) Bagi soalan menggambarkan matriks yang terhasil daripada hasil darab dua matriks, terdapat lapan cara atau kaedah digunakan oleh subjek itu untuk menggambarkannya , dan cuma tiga orang (10%) subjek dapat menggambarkannya dengan betul.

Hasil kajian ini dapat memberi sedikit gambaran terhadap pengajaran pendaraban dua matriks. Berdasarkan bukti dari kajian ini menunjukkan bahawa tahap kefahaman tentang pendaraban dua matriks bagi pelajar Tingkatan Empat adalah agak membimbangkan, dengan itu adalah dicadangkan penyelidikan lanjutan tentang teknik-teknik untuk meningkatkan mutu pengajaran matriks dijalankan. Juga

dicadangkan penekanan diberi kepada kaedah-kaedah yang boleh membantu mempertingkatkan kefahaman konsep matriks di kalangan pelajar Tingkatan Empat. Topik ini merupakan persediaan asas pelajar untuk pembelajaran matematik mereka di peringkat Universiti nanti.

Hak Milik MARA

## ABSTRACT

The focus of this study is to gain an insight on the knowledge competency of students in solving problems in multiplication of two matrices among Form Four students from a school in Selangor. The main objective is to examine the strategies employed by these students in solving problems in multiplication of two matrices. Four research problems were formulated and the resulting data were collected in solving the problems.

Data were collected after the knowledge competency test that was conducted on a sample of 30 students. The test is comprised of questions that require the understanding of concepts and operations of multiplication of matrices that are taught in the secondary schools.

This study analyzes the methodologies that were employed by the students in solving each given question during the competency test and the percentage of students employing each category of methodology is determined. The analysis also examines whether the methodologies employed by students are similar to methodologies expected from adults.

The results from the study that was conducted are summarized:

- i) Eight methodologies were used by 30 students in determining the requirements in solving multiplication of two matrices.
- ii) In solving the multiplication of two matrices, there were at least seven methodologies or strategies that were used.

- iii) In the operation of multiplication of two matrices, for item 2, there were four students (13.33%) who employed methodologies that are parallel to methodologies expected from adults, and for item 4, there were eight students (26.67%), and for item 5 there were five (16.67%).
- iv) Strategies used by students in solving multiplication of two matrices where the matrices differ in the number of rows and columns (see item 2, item 4 and 5) which were employed by eighteen students (60%) was not consistent.
- v) For questions to determine the aspects in each matrices (see item 3), only eight students (26.67%) who manage to determine the aspects that are expected, while the rest of students were confused when they took rows as columns and columns as rows.
- vi) For questions that assemble matrices resulting from multiplication of two matrices, there were eight methodologies or strategies that were used by students, and only three students who could assemble them correctly.

The results of the findings from this study give some insights on the level of understanding and competency of students in solving multiplication of two matrices. Based on these findings, it shown that the level of understanding and competency of Form Four students in solving multiplication of two matrices is weak and a cause of concern. Thus, it is suggested that further studies be conducted on techniques to



further improve the learning as well as teaching of matrices. This topic exemplifies the basis for students in pursuing the study of mathematics towards university level.

Hak Milik MARA

## PENGHARGAAN

Bersyukur saya kepada Allah s. w. t. dengan berkat dan keizinannya dapat saya menyempurnakan kertas projek ini. Tenaga dan pengetahuan daripada-NYA adalah tidak bermakna tanpa bantuan dan sokongan daripada penyelia saya, Dr. Sharifah Norul Akmar. Penghargaan yang tidak terhingga ingin saya rakamkan kepada beliau di atas segala tunjuk ajar, nasihat, dorongan, dan bantuan dalam membimbing saya sehingga sempurna kertas projek ini. Saya amat menghargai kesabarannya dalam menghulurkan bantuan apabila diperlukan disepanjang penghasilan kertas projek ini. Pandangan dan idea bernas beliau banyak mempengaruhi penulisan kertas projek ini. Saya juga ingin mengambil kesempatan ini untuk merakamkan ucapan penghargaan kepada Prof. Dr. Nik Azis Nik Pa yang juga banyak memberi bimbingan, pandangan, kritikan, dan idea terhadap penghasilan kertas projek ini. Saya ingin mengucapkan terima kasih kepada Puan Lee Siew Eng yang telah memberikan tunjuk ajar ketika saya menghadiri kursus yang telah beliau tawarkan di sepanjang pengajian saya, dan tidak lupa kepada semua staf Fakulti Pendidikan yang telah terlibat secara langsung dan tidak langsung dalam penghasilan kertas projek ini.

Saya juga ingin merakamkan penghargaan kepada suami saya yang tercinta, iaitu En. Yaacob bin Hamzah dan anak-anak yang dikasihi, yang telah banyak memberikan sokongan dan motivasi kepada saya di sepanjang kursus Sarjana Pendidikan ini.

Saya juga ingin mengambil kesempatan ini untuk mengucapkan terima kasih kepada pihak MARA yang membiayai pengajian saya bagi program Sarjana

Pendidikan ini. Semoga Allah s.w.t. membalas budi baik semua pihak yang terlibat secara langsung dan tidak langsung dalam penyempurnaan kertas projek dan kursus Sarjana Pendidikan ini.

Hak Milik MARA

## KANDUNGAN

	HALAMAN
ABSTRAK	i
ABSTRACT	iv
PENGHARGAAN	vii
KANDUNGAN	ix
SENARAI JADUAL	xiv
<b>BAB 1      LATAR BELAKANG</b>	<b>1</b>
Pengenalan	1
Keperluan Kepada Pendekatan Binaan	4
Istilah Psikologi	7
Definisi Formal	7
Tujuan dan Soalan Kajian	8
Signifikan Kajian	9
Batasan Kajian	10
<b>BAB 11    TINJAUAN KAJIAN LEPAS</b>	<b>13</b>
Pengenalan	13
Kefahaman Dalam Matematik	13
Apakah Matriks?	15
Persoalan tentang matriks	15
Definisi matriks	15
Operasi matriks	16

BAB IV	Aspek Pembelajaran Matriks . . . . .	17
	Strategi Penyelesaian Masalah Tentang Matriks . . . . .	20
	Makna penyelesaian masalah . . . . .	20
	Proses dan strategi penyelesaian masalah . . . . .	21
	Ketidak konsistenan . . . . .	23
	Pengaruh Soalan . . . . .	24
	Kesimpulan . . . . .	25
BAB 111	KAEDAH DAN PROSEDUR KAJIAN . . . . .	26
	Pengenalan . . . . .	26
	Teknik Mengumpul Data . . . . .	26
	Ujian kefahaman . . . . .	26
	Pengelolaan Teknik Mengumpul Data . . . . .	27
	Lokasi dan subjek Kajian . . . . .	27
	Pemilihan subjek . . . . .	27
	Kajian Rintis . . . . .	29
	Soalan Ujian Kefahaman . . . . .	29
	Item 1 . . . . .	30
	Item 2 . . . . .	31
	Item 3 . . . . .	31
	Item 4 . . . . .	31
	Item 5 . . . . .	32
	Item 6 . . . . .	32
	Teknik Penganalisan Data . . . . .	33

BAB 1V	RUMUSAN UJIAN KEFAHAMAN DAN IMPLIKASI	34
	Pengenalan	34
	Item 1	35
	Item 2	36
	Kategori 1	37
	Kategori 2	37
	Kategori 3	37
	Kategori 4	38
	Kategori 5	38
	Kategori 6	39
	Kategori 7	39
	Kategori 8	40
	Kategori 9	40
	Kategori 10	41
	Kategori 11	41
	Item 3	42
	Kategori 1	43
	Kategori 2	43
	Kategori 3	43
	Kategori 4	43
	Kategori 5	44
	Kategori 6	44
	Kategori 7	44

Kategori 8 . . . . .	44
Item 4 . . . . .	45
Kategori 1 . . . . .	46
Kategori 2 . . . . .	46
Kategori 3 . . . . .	46
Kategori 4 . . . . .	47
Kategori 5 . . . . .	47
Kategori 6 . . . . .	48
Kategori 7 . . . . .	48
Item 5 . . . . .	48
Kategori 1 . . . . .	49
Kategori 2 . . . . .	50
Kategori 3 . . . . .	50
Kategori 4 . . . . .	51
Kategori 5 . . . . .	51
Kategori 6 . . . . .	52
Kategori 7 . . . . .	53
Item 6 . . . . .	53
Kategori 1 . . . . .	54
Kategori 2 . . . . .	55
Kategori 3 . . . . .	55
Kategori 4 . . . . .	56
Kategori 5 . . . . .	56

Kategori 6	57
Kategori 7	57
Kategori 8	57
Kesimpulan	57
Dapatan Lain	59
Implikasi Kajian	60
Implikasi kepada pengajaran	60
Implikasi kepada kajian lanjut	62
BIBLIOGRAFI	64
LAMPIRAN A	70
LAMPIRAN B	71

Hak Milik MARA



## SENARAI JADUAL

JADUAL	HALAMAN
1. Latar belakang subjek	28
2. Spesifikasi Ujian Kefahaman	30
3. Peratus subjek mengikut setiap huraian jawapan bagi Item 1	35
4. Peratus subjek mengikut kategori bagi Item 2	36
5. Peratus subjek mengikut kategori bagi Item 3	42
6. Peratus subjek mengikut kategori bagi Item 4	45
7. Peratus subjek mengikut kategori bagi Item 5	49
8. Peratus subjek mengikut kategori bagi Item 6	54

Hak Milik MARA

## BAB I

### LATAR BELAKANG

#### Pengenalan

Di Malaysia, Matematik adalah satu mata pelajaran teras dalam Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah (KBSM). Sukatan pelajaran Matematik telah diubah suai mengikut kehendak semasa selaras dengan Falsafah Pendidikan Negara. Pengajaran dan pembelajaran pendidikan matematik KBSM memberi tumpuan khas kepada memupuk nilai murni masyarakat Malaysia, mempertingkatkan penggunaan dan penguasaan Bahasa Malaysia baku, memperkembangkan kemahiran penyelesaian masalah, menegaskan keseimbangan di antara kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran, memperkenalkan sejarah matematik, dan menegaskan penggunaan matematik dalam kehidupan seharian.

Matlamat pendidikan matematik Kurikulum Bersepadu Sekolah Menengah (KBSM) ialah untuk memperkembangkan pemikiran logik, analitis, kritis, dan bersistem, kemahiran penyelesaian masalah serta kebolehan menggunakan pengetahuan matematik dalam kehidupan seharian supaya pelajar dapat berfungsi dengan lebih berkesan dan penuh tanggungjawab serta menghargai kepentingan dan keindahan matematik. Untuk mencapai matlamat ini, kandungan matematik diolah dalam tiga bidang yang berkaitan iaitu nombor, bentuk, dan perkaitan (Kementerian Pendidikan Malaysia, 1989).

Objektif Matematik KBSM adalah untuk membolehkan pelajar mengetahui dan memahami konsep, takrif, hukum, dan petua matematik; membolehkan pelajar memperkukuhkan dan memperluaskan penggunaan kemahiran campur, tolak, darab, dan bahagi; membolehkan pelajar menguasai kemahiran menggunakan algoritma untuk mendapatkan hasil yang diharapkan; dan membolehkan pelajar mengembangkan pemikiran secara logik, analitis, kritis, dan bersistem.

Matriks adalah merupakan salah satu topik yang diajar dalam kurikulum matematik sekolah. Kepentingan matriks meningkat dengan penggunaan komputer (Leong & Mun, 1991; Margeret & Stanley, 1993; Pagon, 1998). Pembelajaran matriks dilanjutkan dalam kursus Algebra Linear di peringkat Universiti (Tucker, 1993 ; Carlson, 1993). Matriks juga digunakan dalam kehidupan seharian (Monroe, 1991; Thiagarajan, 1997; Glidden, 1990; Campbell, 1980), proses biologi (Patron, 1991), dan juga dalam bidang sains dan teknologi (Leong & Mun, 1991), pengumpulan maklumat dan sukan (Bindley, 1985) dan analisis mengenai sejarah (Perham & Perham, 1995).

Matriks dan operasi ke atas matriks merupakan sebahagian daripada topik asas dalam Matematik KBSM. Pelajar didedahkan kepada konsep matriks dan kemahiran dalam operasi matriks pada Tingkatan Empat di sekolah menengah (Kementerian Pendidikan Malaysia, 1993). Matriks diperkenalkan sebagai satu set nombor yang disusun dalam baris dan laju. Operasi menambah, menolak, mendarab dan penyelesaian masalah membabitkan matriks. Selepas Tingkatan Empat, matriks tidak lagi diajar sebagai satu topik khusus dalam KBSM, tetapi matriks digunakan dalam pelbagai bentuk penyelesaian masalah matematik.

Topik matriks diajar pada peringkat sekolah menengah di Malaysia dan beberapa buah negara seperti Amerika Syarikat. Di Malaysia, pelajar mempelajari konsep dan operasi yang membabitkan matriks pada Tingkatan Empat (Kementerian Pendidikan Malaysia, 1993), manakala di Amerika Syarikat pula, pelajar mempelajari konsep dan operasi yang membabitkan matriks pada peringkat 'high school' (lihat NCTM, 1988 ; Dossey, 1990).

Terdapat beberapa penulisan ilmiah dan kajian tentang aspek pembelajaran berkaitan dengan matriks. Misalnya membantu pelajar Gred 5 – 8 mengembangkan perspektif antarabangsa (lihat Schwartz & Growe, 1998), perkembangan proses penyelesaian masalah dalam pelbagai kelas Algebra Gred 8 (lihat Rachlin, 1995), kekeliruan guru pelatih maktab tentang pendaraban matriks (lihat Fook, 1995), perbandingan penggunaan matriks dan teks untuk menunjukkan hubungan konsep dalaman (lihat Robinson & Shraw, 1994), perbezaan berkaitan dengan kecerdasan: aplikasi terhadap analisis faktor pengesanan (lihat Lim, 1994), keberkesanan pembelajaran secara individu menggunakan pakej berbantuan komputer dalam pembelajaran matriks (lihat Tik, 1993), gambaran mental sebagai penyatuan maklumat untuk menggalakkan pencapaian pelajar yang tidak berkebolehan (lihat Crank & Bulgren, 1993), penggunaan matriks  $2 \times 2$  dalam analisis data kualitatif dan penjanaan teori (lihat Reed & Furman, 1992), penggunaan contoh-contoh 'intuitive counter' untuk menggalakkan pemikiran dalam matematik (lihat Gordon, 1991), dan strategi pengajaran bagi tajuk yang berkaitan dengan matriks dan Algebra Linear (lihat Cawley & Reines, 1996; Parmer & Cawley, 1994; Amir & Ali, 1992; Glaister, 1992 ; Townsley & Victor, 1992; Tompkins, 1991; Sai, 1986).

Walaupun terdapat kajian tentang beberapa aspek pembelajaran berkenaan matriks, tetapi masih belum ada kajian yang memberi tumpuan khusus terhadap kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks. Dengan kata lain, persoalan asas tentang “Apakah yang dimaksudkan oleh pelajar Tingkatan Empat tentang syarat-syarat bagi mendarab dua matriks?”, “Bolehkah pelajar Tingkatan Empat menjalankan operasi pendaraban dua matriks?”, “Bagaimanakah pelajar Tingkatan Empat menggambarkan suatu matriks yang terhasil daripada pendaraban dua matriks?” dan “Apakah strategi yang digunakan oleh pelajar untuk menjalankan pendaraban matriks?” masih belum dijawab dengan memuaskan dari kaca mata pelajar.

#### **Keperluan Kepada pendekatan Binaan**

Untuk memahami cara pelajar mempelajari konsep dan operasi pendaraban matriks, analisis terperinci tentang kefahaman matriks yang dipunyai oleh pelajar perlu dilakukan. Metodologi kajian yang berasaskan Behaviurisme dan Neo-Behaviurisme tidak sesuai digunakan untuk mengenal pasti kefahaman yang dipunyai oleh pelajar. Behaviurisme, yang merupakan satu teori tingkah laku, mengkaji perhubungan di antara ransangan dan gerak balas. Fahaman tersebut memberi penekanan terhadap tingkah laku manusia yang boleh diperhatikan dan menganggap pembelajaran sebagai perubahan tingkah laku tersebut dan tidak memberi penekanan kepada proses mental yang mencetuskan gerak balas tersebut (Putnam, Lampert, & Peterson, 1990; Shuell, 1986). Dengan itu, metodologi kajian

yang berlandaskan Behaviurisme tidak sesuai digunakan bagi tujuan mengenal pasti kefahaman matematik yang dipunyai oleh pelajar.

Neo-Behaviurisme, yang dikembangkan dari Behaviurisme, juga memberi penekanan kepada tingkah laku yang boleh diperhatikan, tetapi bertujuan memahami proses mental yang lebih kompleks yang boleh difahami dengan mengkaji proses mental yang lebih mudah (Reynolds & Flagg, 1977).

Kajian yang berlandaskan perspektif Pemprosesan Maklumat bertujuan untuk mengkaji proses mental yang menghasilkan gerak balas tertentu akibat rangsangan yang diberikan (Sternberg & Salter, 1982), memerihalkan pola pemikiran pelajar, dan seterusnya membina hipotesis tentang proses yang berlaku (Putnam, Lampert, & Peterson, 1990).

Kajian yang berlandaskan perspektif Proses dan Hasil pula memberi tumpuan terhadap keberkesanan pengajaran guru berdasarkan pencapaian pelajar dalam ujian yang dipecahkan. Pengukuran pencapaian pelajar dalam ujian yang dipecahkan itu menggambarkan kemahiran yang diperolehi pelajar dalam prosedur mengira dan kebolehan menggunakan prosedur tersebut dalam masalah tertentu (Putnam, Lampert, & Peterson, 1990).

Kajian dari perspektif Pemprosesan Maklumat dan Perspektif Proses dan Hasil tidak memberi tumpuan khusus terhadap pengetahuan pendaraban matriks yang dipunyai oleh pelajar dari kaca mata pelajar sendiri, tetapi kajian tersebut membekalkan gambaran umum berkait dengan pengetahuan pendaraban matriks yang dipunyai oleh pelajar.

Fokus kajian yang berlandaskan Fahaman Binaan pula adalah terhadap pemerihalan kefahaman pelajar dari kaca mata pelajar itu sendiri (Confrey, 1991). Erlwanger (1974) menjelaskan kepentingan penafsiran dan penganalisisan tentang pemahaman pelajar, berkait dengan sesuatu perkara atau fenomena, dibuat dari kaca mata pelajar itu sendiri. Fahaman Binaan menganggap pelajar membina pengetahuan sendiri dan pengetahuan tersebut bukan didapati dengan hanya membuat replika tentang apa yang diperhatikan dalam dunia sebenar (Cobb, 1988; Steffe et al., 1983). Satu aspek Fahaman Binaan yang relevan kepada kajian tentang matriks ialah pengetahuan tentang matriks tidak boleh dipindahkan dalam bentuk yang sempurna dari pemikiran guru kepada pemikiran pelajar. Dengan itu, metodologi kajian yang berlandaskan Fahaman Binaan sesuai digunakan bagi tujuan mengenal pasti kefahaman matematik yang dipunyai oleh pelajar.

Satu metodologi yang membolehkan pengkaji mengkaji kefahaman pelajar tentang sesuatu pengetahuan matematik adalah dengan menjalankan ujian kefahaman. Menurut Hiebert dan Carpenter (1992), teknik tersebut dianggap paling sesuai kerana pengkaji dapat maklumat yang terperinci tentang kefahaman matematik yang dipunyai oleh pelajar selepas ujian kefahaman dijalankan.

Metodologi yang membabitkan ujian kefahaman membolehkan pengkaji mengenal pasti kefahaman matematik tertentu yang dipunyai oleh pelajar. Antara lain maksud syarat-syarat pendaraban dua matriks daripada kaca mata pelajar ; kebolehan pelajar untuk menjalankan operasi pendaraban dua matriks; kebolehan pelajar menggambarkan suatu matriks yang terhasil daripada pendaraban dua

matriks; dan strategi yang digunakan oleh pelajar untuk menjalankan pendaraban dua matriks.

### Istilah Psikologi

Pengkaji mengenal pasti pengertian *kefahaman* daripada beberapa pendekatan. Pendekatan Proses Hasil dan Pendekatan Pemprosesan Maklumat menumpu kepada hasil akhir pengajaran dan pembelajaran untuk mengenal pasti tahap kefahaman pelajar. Dalam pendekatan Fahaman Binaan pula, kefahaman diteliti dari aspek pembinaan makna oleh pelajar tentang konsep yang dikemukakan. Untuk mengenal pasti kefahaman pelajar dalam kajian yang dijalankan, aspek pembinaan dan pemberian makna dan strategi penyelesaian masalah ditumpukan sebagai landasan bagi mengenal pasti kefahaman pelajar.

### Definisi Formal

Terdapat beberapa takrif formal yang telah digunakan dalam kajian ini. Pada umumnya, kebanyakan buku teks dan buku ilmiah di Malaysia memberi takrif yang hampir sama.



*Matriks* adalah nombor-nombor yang disusun dalam baris dan lajur untuk membentuk satu tatasusunan segiempat tepat. Satu  $m \times n$  matriks  $A$  adalah satu susunan bagi  $mn$  nombor-nombor yang disusun dalam  $m$  baris dan  $n$  lajur.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (\text{lihat Kolman, 1984}).$$

*Operasi Pendaraban* adalah operasi yang membabitkan hasil tambah yang berulang bagi nombor yang sama. Misalnya  $3 + 3$  ditulis sebagai  $2 \times 3$ , dibaca dua kali tiga (dua tiga benda).  $2 \times 3$  dipanggil hasil darab bagi 2 dan 3 (dan 2 dan 3 dipanggil faktor-faktor bagi hasil darab), atau hasil daripada mendarabkan  $2 \times 3$  (Goodstein, 1964).

### Tujuan dan Soalan Kajian

Di Malaysia masih tidak banyak kajian yang berkait dengan topik matriks. Sehingga kini belum ada kajian yang memberi tumpuan khusus kepada kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks dan bagaimana seseorang pelajar menggunakan kefahaman tersebut dalam menyelesaikan masalah tertentu, seperti maksud syarat-syarat pendaraban dua matriks daripada kaca mata pelajar; kebolehan pelajar menjalankan operasi pendaraban dua matriks; kebolehan pelajar menggambarkan suatu matriks yang terhasil daripada pendaraban dua matriks; dan strategi yang digunakan oleh pelajar untuk menjalankan pendaraban dua matriks.

Tujuan kajian ini adalah untuk mengenal pasti kefahaman pelajar sebuah kelas Tingkatan Empat tentang pendaraban dua matriks. Untuk mengenal pasti kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks, persoalan asas yang diberi tumpuan dalam kajian ini adalah seperti berikut:

- i) Apakah yang dimaksudkan oleh pelajar Tingkatan Empat tentang syarat-syarat bagi mendarab dua matriks?
- ii) Bolehkah pelajar Tingkatan Empat menjalankan operasi pendaraban dua matriks?
- iii) Bagaimanakah pelajar Tingkatan Empat menggambarkan suatu matriks yang terhasil daripada pendaraban dua matriks?
- iv) Apakah strategi yang digunakan oleh pelajar untuk menjalankan operasi pendaraban dua matriks?

Pengkaji mengandaikan persoalan di atas membolehkan kefahaman pelajar sebuah kelas Tingkatan Empat tentang pendaraban dua matriks boleh dikenal pasti.

#### Signifikan Kajian

Matriks dan penyelesaian masalah yang membabitkan matriks adalah antara topik yang dianggap penting dalam KBSM (lihat Kementerian Pendidikan Malaysia, 1993). Sehingga kini, belum ada kajian khusus di Malaysia yang bertujuan untuk mengenal pasti kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks dan strategi yang digunakan oleh pelajar untuk menjalankan pendaraban matriks.

Fokus kajian ini adalah untuk mengenal pasti kefahaman pelajar dalam menyelesaikan masalah berkaitan dengan pendaraban dua matriks. Dapatan kajian ini diharap dapat membantu guru melaksanakan satu bentuk pengajaran yang bermakna tentang pendaraban dua matriks. Menurut Kilpatrick (1987), pengajaran yang bermakna dan boleh memberi kefahaman kepada pelajar perlu dirancang berdasarkan pengetahuan sedia ada yang dipunyai oleh pelajar.

Kajian ini juga diharapkan dapat memberi kesedaran kepada guru tentang kepentingan mengenal pasti kefahaman matematik yang dipunyai oleh pelajar (Wong, 1987; Ngean, 1990). Satu ciri penting tentang pengetahuan yang diperoleh melalui kefahaman ialah pelajar akan lebih bersedia untuk menyelesaikan masalah yang tidak biasa dan tidak rutin berbanding dengan jika dia hanya mempunyai pengetahuan prosedur (Hiebert, 1986; Hiebert & Carpenter, 1992; Hiebert & Wearne, 1996).

Maklumat yang diperoleh dari kajian ini membolehkan guru mengambil inisiatif dari segi perancangan dan tindakan pembetulan dalam aspek-aspek tertentu berkait dengan pengajaran dan pembelajaran yang membabitkan pendaraban matriks.

### **Batasan Kajian**

Dalam kajian ini, kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks dikenal pasti berdasarkan data yang dikumpul melalui ujian kefahaman, pengkaji membuat

penganalisan berkait dengan strategi yang digunakan oleh pelajar untuk menyelesaikan masalah tentang pendaraban matriks. Model yang dibina oleh pengkaji tentang kefahaman pelajar adalah berdasarkan langkah-langkah penyelesaian yang ditunjukkan oleh pelajar dalam ujian kefahaman kerana pengkaji tidak dapat menyelami apa sebenarnya terdapat dalam fikiran pelajar. Model yang dibina oleh pengkaji tentang kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks dianggap secocok dan bukan sepadan dengan apa yang sebenarnya wujud dalam pemikiran pelajar.

Limitasi dalam konteks pengumpulan data memang tidak dapat dielakkan. Untuk memastikan model yang dibina mempunyai kebolehpercayaan yang tinggi, beberapa aspek penting telah diambil kira dalam kajian ini. Pertama, pemilihan subjek dibuat berdasarkan dua kriteria utama, iaitu kesanggupan pelajar untuk melibatkan diri secara penuh minat dalam sesi ujian kefahaman, dan kepercayaan guru bahawa pelajar tersebut akan membabitkan diri secara penuh minat.

Kedua, penentuan kefahaman tentang matriks yang dipunyai oleh pelajar disediakan melalui format soalan yang berbeza dari format yang lazimnya dibuat di sekolah diandaikan dapat menimbulkan minat subjek dalam melibatkan diri dalam kajian ini.

Ketiga, pengkaji mendapatkan pandangan penyelia, yang mempunyai kepakaran dalam kajian yang berasaskan Fahaman Binaan, dalam menganalisis dan membina model berkait dengan kefahaman pelajar tentang pendaraban matriks. Ketiga-tiga langkah di atas dijalankan bagi memperoleh dapatan kajian yang mempunyai kebolehpercayaan yang tinggi.

Kajian ini menggunakan sampel seramai 30 orang pelajar Tingkatan Empat dari sebuah sekolah di daerah Selangor yang dipilih secara rawak. Oleh yang demikian, generalisasi kajian hanyalah pada kes yang mempunyai ciri-ciri yang hampir sama.

Hak Milik MARA

## BAB II

### TINJAUAN KAJIAN LEPAS

#### Pengenalan

Bab Dua membabitkan dua bahagian. Bahagian Pertama membincangkan tentang kefahaman dalam matematik, dan Bahagian Kedua pula membincangkan dapatan kajian lepas. Bahagian Kedua terbahagi kepada tiga tema utama iaitu, "Apakah matriks?", aspek pembelajaran matriks dan strategi penyelesaian masalah tentang matriks.

Setiap tema utama dalam Bahagian Kedua di perincikan lagi dengan perbincangan tema-tema kecil. Dalam tema utama "Apakah matriks?", persoalan tentang matriks, definisi matriks dan operasi matriks akan dibincangkan. Dalam tema utama aspek pembelajaran matriks, beberapa kajian lepas tentang aspek pembelajaran matriks akan dibincangkan. Dalam tema utama strategi penyelesaian masalah tentang matriks pula, aspek makna penyelesaian masalah dan strategi penyelesaian masalah tentang matriks akan dibincangkan.

#### Kefahaman Dalam Matematik

Pengertian tentang kefahaman dalam matematik adalah penting kerana ianya

menjadi maklumat latar bagi kajian ini. Menurut Ausubel et. al (1978) dan Skemp (1987), kefahaman yang mendalam memerlukan pembinaan jaringan dalaman yang berhubungkait. Tall (1978) menganggap kefahaman matematik sebagai paten pemikiran yang bersifat dinamik kerana ianya sentiasa berubah dalam memberi peningkatan kepada kefahaman matematik ... yang mana mengandungi kefahaman dan deduksi minggu ini, lupa dan ingat selepas itu. Menurut Hiebert (1997) pula, kefahaman dalam matematik mempunyai kaitan dengan ciri-ciri penting yang terdapat dalam sesebuah bilik darjah. Beliau juga memberi gambaran tentang ciri-ciri penting pada bilik darjah yang menyokong kefahaman matematik pelajar .

Adakah kefahaman dalam matematik membabitkan peringkat-peringkat tertentu? Buxton (1987) mendapati bahawa pemahaman matematik meliputi empat peringkat, iaitu yang terendah ialah pemahaman hafalan diikuti oleh pemahaman pemerhatian, yang diikuti oleh pemahaman mendalam dan yang tertinggi ialah pemahaman formal.

Kefahaman dalam matematik ini sangat penting. Justeru itu untuk Matematik KBSM, pelajar harus mencapai taraf pembelajaran yang lebih tinggi iaitu taraf yang lebih tinggi daripada hafalan, yang disebut oleh Buxton (1987) sebagai pengetahuan begitu sahaja. Pelajar harus diberi latihan membina kebolehan yang disebut oleh Wong (1987) sebagai nampak pertalian, menggunakan pengetahuan dan sebagainya. Matematik KBSM juga memberi tumpuan khas kepada keseimbangan di antara kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran. Keseimbangan di antara kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran mesti wujud dalam sesuatu pengajaran dan pembelajaran matematik (lihat Ngean, 1990).

## Apakah Matriks?

### *Persoalan tentang Matriks*

Matriks adalah salah satu tajuk yang sangat penting dalam kurikulum Matematik KBSM. Menurut Leong dan Mun (1991), matriks bukan sahaja digunakan secara meluas dalam bidang matematik (seperti statistik) bahkan juga dalam bidang sains dan teknologi. Kini satu sistem persamaan yang melibatkan berpuluh-puluh anu, lazimnya digunakan dalam penyelidikan, boleh diselesaikan dengan pantas melalui kaedah matriks dengan menggunakan komputer.

Matriks adalah salah satu tajuk dalam bidang Diskret Matematik. Menurut Margeret dan Stanley (1993) dan Dosey (1990), Diskret Matematik adalah sejenis ilmu matematik yang diperlukan oleh seseorang pelajar untuk berkomunikasi dengan komputer. Ia perlu bagi semua pelajar, tidak kira apa pun pilihan kareer mereka, untuk memperoleh maklumat supaya mereka boleh berfungsi sebagai seorang warganegara yang berilmu pengetahuan mengikut tren zaman teknologi maklumat terkini.

### *Definisi Matriks*

Beberapa buah buku memberikan definisi matriks yang sama. Matriks bermaksud tata susunan segiempat tepat nombor-nombor yang dirangkumi oleh sepasang tanda kurungan. Saiz matriks ditentukan oleh bilangan baris dan lajur suatu matriks tersebut. Jika suatu matriks mempunyai  $m$  baris dan  $n$  lajur, maka saiz matriks itu ialah  $m \times n$  (Ahmad Faisal & Jamaludin, 1994; Lancaster & Tismenetsky, 1985; Herstein & Winter, 1988; Britton & Rutland, 1965).



### Operasi Matriks

Jika  $A$  dan  $B$  adalah dua matriks yang sama saiz, maka hasil tambah kedua matriks ini,  $A + B$ , adalah matriks yang diperoleh dengan menambah unsur-unsur  $A$  dan  $B$  yang berkedudukan sama. Iaitu unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks  $A$  dan unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks  $B$  ditambahkan untuk menjadi unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks hasil tambah  $A + B$ . Begitu juga unsur berkedudukan (1,2) bagi  $A$  ditambahkan dengan unsur berkedudukan (1,2) bagi  $B$  untuk memberikan unsur berkedudukan (1,2) bagi matriks  $A + B$  dan seterusnya.

Operasi hasil tolak antara dua matriks yang sama saiz adalah serupa seperti operasi hasil tambah dua matriks, kecuali unsur matriks pertama akan menolak unsur berkedudukan sama bagi matriks  $B$ . Jika  $A$  dan  $B$  adalah dua matriks yang sama saiz, maka hasil tolak kedua matriks ini,  $A - B$ , adalah matriks yang diperoleh dengan menolak unsur-unsur  $B$  dari  $A$  yang berkedudukan sama. Iaitu unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks  $B$  ditolak dari unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks  $A$  untuk menjadi unsur berkedudukan (1,1) bagi matriks hasil tolak  $A - B$ . Begitu juga unsur berkedudukan (1,2) bagi  $B$  ditolak dari unsur berkedudukan (1,2) bagi  $A$  untuk memberikan unsur berkedudukan (1,2) bagi matriks  $A - B$  dan seterusnya.

Seperti operasi hasil tambah, operasi hasil tolak antara dua atau lebih matriks hanya boleh dilakukan jika matriks-matriks tersebut mempunyai saiz yang sama. Jika tidak, operasi hasil tambah dan hasil tolak tidak boleh dilakukan.

Jika  $A$  adalah suatu matriks dan  $c$  adalah skalar, maka hasil darab  $cA$  adalah matriks yang terhasil dengan mendarabkan setiap unsur matriks dengan skalar  $c$

memberikan cadangan terhadap pendekatan alternatif kepada proses dan konsep visualisasi bagi tajuk berkenaan.

Kajian tentang kesukaran yang dialami oleh pelajar dalam matematik telah dibuat oleh Crank dan Bulgren (1993). Dalam kajian mereka ke atas pelajar yang mengalami kesukaran dalam pelajaran matematik, mereka menggunakan 'visual depiction' seperti web, matriks, garisanmasa, jaringan, dan gambarajah untuk menunjukkan hubungan bagi mengajar isi kandungan pengajaran kepada pelajar berkenaan. Mereka mendapati kaedah ini telah meningkatkan pembelajaran pelajar tersebut. Kajian seperti ini juga telah dilakukan oleh Parmer & Cawley (1994).

Apakah yang menyebabkan ramai pelajar mengalami kesukaran dalam matematik? Menurut Fook (1994), ramai pelajar di sekolah menengah memahami suatu takrif matriks melalui cara peniruan atau dengan menyelesaikan beratus-ratus contoh soalan. Akibatnya ramai pelajar tidak dapat memahami dan menghayati bukti-bukti, teorem atau kaedah-kaedah sebenar untuk menyelesaikan sesuatu masalah.

Adakah matriks lebih efisien berbanding kaedah pengiraan matematik yang lain? Robinson dan Schraw (1994) telah menjalankan kajian ke atas 138 orang pelajar sebuah kolej untuk mengenal pasti mengapa matriks boleh menunjukkan hubungan konsep dengan lebih baik daripada teks. Mereka mendapati bahawa matriks adalah lebih efisien dari segi pengiraannya berbanding dengan kaedah teks.

Buku teks memainkan peranan yang penting dalam membantu proses pengajaran dan pembelajaran sesuatu mata pelajaran terutamanya bagi mata pelajaran yang abstrak seperti matematik. Ngean (1992), telah menjalankan kajian ke

atas pendekatan-pendekatan yang digunakan oleh beberapa buah buku teks tempatan bagi pengajaran tajuk matriks dan mendapati permulaan-permulaan yang digunakan di dalam buku-buku berkenaan tidak berapa menarik. Seterusnya beliau mencadangkan beberapa cara atau pendekatan supaya dapat menjadikan pendekatan pembelajaran bagi tajuk matriks lebih menarik.

Beberapa kajian lain yang dapat memberi sumbangan kepada pengajaran dan pembelajaran tajuk matriks ialah seperti kajian yang dijalankan oleh Koyama (1993). Dalam kajiannya itu, beliau telah menjalankan kajian untuk memodelkan kefahaman matematik; membincangkan konsep asas bagi memahami matematik; membincangkan komponen asas yang biasa kepada proses model bagi kefahaman matematik; dan menghasilkan suatu gambaran secara teori satu model proses yang mengandungi dua paksi.

Tharp dan Uprichard (1992) pula, telah menjalankan kajian terhadap lima orang pelajar yang cemerlang dalam Geometri dengan menggunakan pendekatan pertanyaan penyelesaian masalah, mendapati bahawa pelajar berkenaan memilih untuk tidak mengendahkan peluang untuk memikirkan hubungan dan konsep secara mendalam; menggunakan kiu yang tidak relevan berdasarkan emosi dan fakto-faktor luaran untuk membuat pilihan apabila kefahaman telah diperolehi; dan masih tidak mahu terlibat dalam pembelajaran mereka dan menjadi pasif apabila menghampiri penghujung waktu pembelajaran.

## Strategi Penyelesaian Masalah Tentang Matriks

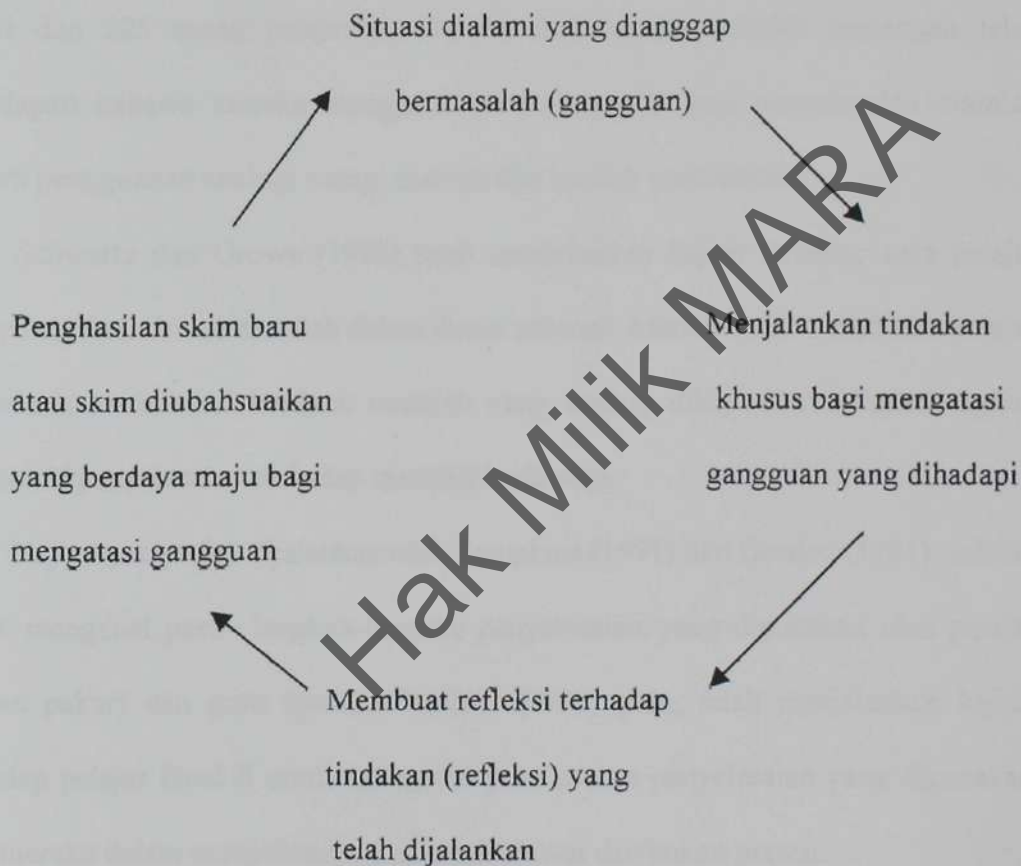
### *Makna Penyelesaian Masalah*

Menurut Nik Azis (1997), pendekatan konstruktivisme radikal menganjurkan kaedah pembelajaran matematik yang membabitkan aktiviti pengabstrakan generalisasi (kesimpulan) dan aktiviti penyelesaian masalah. Pendukung pendekatan itu juga berpendapat bahawa pengetahuan matematik merupakan suatu yang dicipta atau dibina sendiri oleh pelajar, dan bukan suatu yang ditemui dalam persekitaran luar (realisme) atau suatu yang dikembangkan daripada idea semula jadi (idealisme). Melalui aktiviti refleksi, komunikasi, dan perundingan, para pelajar membina konsep matematik yang membolehkan mereka untuk menyelesaikan masalah dan menyusun pengalaman mereka masing-masing. Menurut mereka lagi, pembentukan generalisasi secara induktif tidak semestinya menjamin pemahaman terhadap apa yang dirumuskan.

Pendukung konstruktivisme radikal berpendapat sesuatu situasi yang dialami oleh seseorang pelajar akan menjadi masalah bagi pelajar tersebut hanya apabila situasi itu dianggap bermasalah (gangguan) olehnya. Masalah matematik merupakan kekangan khusus yang dialami oleh seseorang pelajar dan masalah itu tidak mempunyai status yang bebas. Masalah sebagai suatu yang saling berkait dengan keadaan diri seseorang penyelesaian masalah. Oleh itu, penyelesaian masalah bukan terdiri daripada satu himpunan kemahiran yang boleh diajar secara langsung kepada para pelajar (lihat Nik Azis, 1997).

### *Proses dan Strategi Penyelesaian Masalah*

Menurut Nik Azis (1997), pendekatan konstruktivisme radikal berpendapat bahawa, proses pengabstrakan reflektif merupakan sumber dan kandungan bagi pengetahuan yang dibentuk oleh individu. Menurut pendekatan itu lagi, masalah adalah terdiri daripada kekangan, gangguan, atau halangan yang menyekat pelajar daripada mencapai matlamat yang tertentu. Oleh itu, pendekatan konstruktivisme radikal telah menganjurkan beberapa proses dalam penyelesaian masalah seperti dalam Rajah 1.



**Rajah 1** Beberapa Proses Dalam Penyelesaian Masalah

Menurut pendekatan konstruktivisme radikal, penyelesaian masalah merupakan satu aspek penting dalam pembelajaran konsep matematik. Menurut mereka lagi, kaedah pengajaran melalui penyelesaian masalah mengiktirafkan bahawa para pelajar merupakan orang yang paling layak untuk menentukan apa yang dapat mendorong mereka untuk menghasilkan penyelesaian yang boleh diterima oleh mereka, selaras dengan pengetahuan semasa yang dipunyai oleh mereka.

Beberapa kajian tentang strategi penyelesaian masalah oleh pelajar telah dikenal pasti. Misalnya Lim (1994), dalam kajiannya terhadap 234 orang pelajar lelaki dan 225 orang pelajar perempuan dari sebuah sekolah menengah telah mendapati bahawa mereka menggunakan pelbagai strategi penyelesaian masalah seperti penggunaan analogi ruang, matriks dan kaedah penomboran.

Schwartz dan Growe (1998) telah menjalankan kajian terhadap cara pelajar menyelesaikan situasi masalah dalam dunia sebenar. Mereka telah membantu pelajar berkenaan memahami keadaan masalah yang sedang dikaji dan mengembangkan perspektif penyelesaian terhadap masalah berkenaan.

Kajian yang telah dijalankan oleh Tompkins (1991) dan Gordon (1991), adalah untuk mengenal pasti langkah-langkah penyelesaian yang digunakan oleh pelajar (bukan pakar) dan guru (pakar). Rachlin (1995) pula, telah menjalankan kajian terhadap pelajar Gred 8 untuk mengenal pasti proses penyelesaian yang digunakan oleh mereka dalam menyelesaikan masalah piawai dan bukan piawai.

### Ketidak Konsistenan

Behr dan Harel (1990) berpendapat kesilapan yang dilakukan oleh pelajar dan miskonsepsi dalam matematik tidak berlaku secara mendadak tetapi berlaku secara uniformiti dan mengikut satu corak dalam diri seseorang individu (pelajar). Kesilapan seringkali berlaku tatkala pelajar cuba mencipta prosedur dan syarat baru. Peraturan pemadanan merupakan satu hipotesis yang dipunyai oleh pelajar untuk mengatasi gangguan yang wujud dan masalah yang tidak dapat diselesaikan. Menurut Behr, peraturan pemadanan ini dapat memberikan satu gambaran umum tentang bagaimana pelajar mengatasi satu masalah yang dihadapi. Peraturan ini melihat kepada faktor pemrosesan maklumat dalam diri pelajar tentang bagaimana pelajar membuat andaian dan generalisasi dilakukan untuk dikaitkan dengan keadaan masalah yang agak sama, iaitu mengubahsuai keadaan masalah semasa supaya boleh dikaitkan dengan maklumat yang sedia ada oleh pelajar.

Menurut Vinner (1990) pula, kejadian ketidak konsistenan boleh dibahagikan kepada dua jenis iaitu cetek dan mendalam. Ketidak konsistenan cetek adalah satu kesilapan dalam pembuktian dan keputusan sesuatu axiom yang bercanggah dengan satu axiom yang lain. Menurutnya, mengetahui ketidak konsistenan cetek yang dialami oleh pelajar adalah sukar. Ketidak konsistenan mendalam pula boleh diperhatikan tetapi kita tidak mengetahui bagaimana ia dapat diatasi. Menurut pengkaji, kejadian ketidak konsistenan mendalam ini boleh disebabkan oleh satu konsep yang lemah dan penggunaan satu anggapan dalaman yang tidak betul.

### Pengaruh Bentuk Soalan

Selain daripada faktor subjek dan pengalaman pengkaji menjalankan kajian, faktor bentuk soalan juga dapat mempengaruhi tingkah laku lisan dan bukan lisan seseorang subjek. Menurut Mukhopadhy (1990), didapati bentuk soalan yang dikemukakan mempengaruhi keupayaan pelajar untuk menyelesaikan masalah. Menurutnya masalah dalam bentuk cerita idea hutang dapat diselesaikan dengan lebih mudah oleh pelajar berbanding masalah isomorfik dalam bentuk simbol matematik.

Menurut Post, Behr dan Lesh (1986), pilihan perkataan yang digunakan dalam sesuatu soalan akan mempengaruhi jawapan yang diperoleh dari pelajar. Menurut Behr dan Harel (1990) pula, terdapat beberapa garis panduan yang perlu diberi perhatian dalam sistem penyoalan, iaitu penyediaan satu situasi yang bermasalah oleh guru, dan guru harus membimbing pelajar untuk mengatasi masalah ini. Situasi bermasalah yang disediakan mesti bertindak sebagai satu gangguan yang sewajarnya dengan tahap pelajar. Melalui bimbingan ini, pelajar akan dapat mengkonstruksikan pengetahuan yang sesuai dan konsisten dengan prinsip-prinsip dalam domain penyelesaian masalah tersebut. Sebelum penyediaan masalah, aspek berikut harus diteliti oleh pengkaji, iaitu menyelami pengetahuan matematik pelajar, di mana pengkaji mesti menganalisis domain matematik daripada perspektif logikal dan kognitif pelajar, mengidentifikasikan struktur kognitif pelajar sekiranya dirasakan perlu, di samping memupuk pengalaman ke arah penyelesaian masalah oleh pelajar,



dan menggalakkan invensi oleh pelajar untuk membina satu domain yang mempunyai strategi yang konsisten dengan masalah tersebut.

### Kesimpulan

Sebagai kesimpulan, kajian lepas telah mengenal pasti beberapa pengetahuan asas tentang matriks. Dapatan kajian tersebut dapat dijadikan maklumat latar bagi kajian yang akan dijalankan oleh pengkaji. Bagaimana pun, kajian belum dijalankan secara khusus untuk mengenal pasti kefahaman yang dipunyai oleh pelajar tentang pendaraban matriks. Kajian tentang pendaraban matriks yang akan dijalankan akan meneliti respon bertulis pelajar dalam menyelesaikan masalah tentang pendaraban matriks. Respon bertulis ini akan membantu pengkaji mengenal pasti kefahaman yang dipunyai oleh pelajar yang diberi ujian kefahaman.

Hak Milik MARA

### BAB III

## KAEDAH DAN PROSEDUR KAJIAN

### Pengenalan

Dalam bab ini perbincangan akan ditumpukan kepada teknik mengumpul data, pengelolaan teknik mengumpul data, lokasi dan subjek kajian, kajian rintis, soalan ujian kefahaman, dan teknik penganalisan data.

### Teknik Mengumpul Data

Tugas pengumpulan data dilakukan oleh pengkaji sendiri. Semua pelajar diberi satu ujian kefahaman yang mengandungi enam soalan bertulis tentang pendaraban matriks. Data bagi kajian ini terdiri daripada respon bertulis pelajar bagi setiap item dalam satu ujian kefahaman yang diberi kepada mereka.

### *Ujian Kefahaman*

Ujian kefahaman adalah paling sesuai digunakan kerana melalui ujian ini diagnostik umum untuk mendapat maklumat umum pencapaian keseluruhan pelajar boleh diperolehi. Ujian kefahaman dibentuk untuk menilai pemahaman pelajar terhadap proses matematik melalui penggunaan item abstrak. Menurut Koyama

(1997), ujian kefahaman adalah paling sesuai digunakan untuk mengenal pasti model-model pemikiran pelajar terhadap konsep matematik yang abstrak berkait dengan intuisi dan memerihalkan bagaimana pelajar berfikir secara reflektif dalam perbincangan kelas berdasarkan logik pemikiran mereka.

### **Pengelolaan Teknik Mengumpul Data**

Kajian ini dijalankan selepas semua pelajar selesai mempelajari tajuk matriks mengikut sukatan pelajaran tingkatan empat yang telah ditetapkan oleh Kementerian Pendidikan Malaysia. Ujian kefahaman ini telah dijalankan semasa sesi persekolahan iaitu pada bulan November. Pelajar dari sebuah kelas Tingkatan Empat telah diberi ujian kefahaman oleh pengkaji dalam slot matematik selama 40 minit.

### **Lokasi dan Subjek Kajian**

Subjek terdiri daripada 30 orang pelajar dari sebuah kelas Tingkatan Empat yang dipilih secara rawak dari sebuah sekolah menengah dalam Daerah Hulu Langat, Selangor. Sekolah menengah ini terdiri daripada pelajar Tingkatan Satu hingga Tingkatan Lima.

### *Pemilihan Subjek.*

Subjek dipilih dari pelajar sebuah kelas Tingkatan Empat secara rawak. Dalam Matematik KBSM, pelajar mempelajari tajuk matriks pada Tingkatan Empat. Pelajar

Tingkatan Lima tidak dipilih sebagai subjek kajian kerana mereka akan menduduki peperiksaan SPM pada tahun tersebut.

Sebelum pemilihan subjek dibuat, pengkaji mengadakan perbincangan dengan beberapa orang guru yang mengajar Matematik KBSM Tingkatan Empat di sekolah terlibat. Antara perkara yang dibincangkan adalah tujuan kajian, dan teknik pengumpulan data. Pada asalnya pemilihan subjek kajian adalah berdasarkan pemilihan sebuah kelas Tingkatan Empat secara rawak. Maklumat ringkas tentang 30 orang subjek yang dibincangkan dalam kajian ini terdapat dalam Jadual 1. Dalam jadual tersebut, umur merujuk umur majoriti subjek semasa ujian kefahaman dijalankan, prestasi Matematik merujuk prestasi matematik pelajar dalam peperiksaan semester yang lepas dan juga berdasarkan pengkelasan yang dibuat oleh guru yang mengajar subjek dalam mata pelajaran matematik dikelas berkenaan.

Jadual 1  
Latarbelakang Subjek

Subjek	Jantina		Umur	Prestasi Matematik		
				Tinggi	Sederhana	lemah
Tingkatan 4	Lelaki	12	16 tahun	2	6	4
	Perempuan	18		1	13	4
	Jumlah	30		3	19	8

### Kajian Rintis

Kajian rintis membabitkan 30 orang pelajar dari sebuah kelas Tingkatan Empat dari sebuah sekolah di Selangor. Tujuan kajian tersebut adalah seperti yang berikut:

- a. Melihat kesesuaian soalan ujian kefahaman yang disediakan dari segi isi, format soalan dan bahasa yang digunakan.
- b. Mengumpul maklumat tentang respon bertulis yang mungkin diberikan oleh subjek terhadap soalan ujian kefahaman yang disediakan. Maklumat tersebut dapat membantu dalam memperbaiki mutu soalan ujian kefahaman bagi kajian sebenar.
- c. Menganggar masa yang diperlukan bagi ujian kefahaman.

Soalan yang terdapat dalam ujian kefahaman diperbaiki berdasarkan respons yang diberikan oleh pelajar dalam kajian yang dijalankan.

### Soalan Ujian Kefahaman

Ujian kefahaman ini mengandungi 6 soalan bertulis yang menguji kefahaman pelajar Tingkatan Empat tentang pendaraban matriks dalam Lampiran B. Ujian kefahaman ini digubal oleh pengkaji sendiri berdasarkan soalan daripada Fook (1994), beberapa buku teks, buku rujukan, dan soalan peperiksaan SPM daripada tahun-tahun lepas. Semua soalan dalam kajian ini berdasarkan sukatan pelajaran Matematik KBSM Tingkatan Empat. Pengkaji akan menerangkan ujian kefahaman ini dalam Jadual 2.

Jadual 2

## Spesifikasi Ujian Kefahaman

Item	Kategori	Fokus/Matlamat
1	Pengetahuan	Syarat Pendaraban bagi dua matriks.
2	Kefahaman	Pendaraban dua matriks.
3	Penggunaan	Penyelesaian masalah melibatkan pendaraban dua matriks
4	Analisis	Pendaraban dua matriks
5	Kefahaman	Pendaraban dua matriks
6	Analisis	Pendaraban dua matriks

*Item 1*

Soalan ini adalah sejenis soalan terbuka yang bertujuan untuk mengenal pasti maksud syarat-syarat pendaraban dua matriks dari kaca mata pelajar Tingkatan Empat. Berdasarkan Bloom et al. (1971), pengkaji mengkategorikan soalan ini pada tahap pengetahuan kerana ia melibatkan ingatan semula tentang sesuatu yang spesifik dan universal. Objektif pengetahuan lebih menekankan kepada proses ingatan secara psikologi.

*Item 2*

Soalan ini bertujuan untuk mengenal pasti kebolehan pelajar Tingkatan Empat tentang pendaraban dua matriks. Berdasarkan Bloom et al. (1971), pengkaji mengkategorikan soalan ini pada tahap kefahaman kerana ia melibatkan tahap kefahaman yang paling rendah. Sejenis kefahaman yang mana seseorang individu itu tahu apa yang sedang dibincangkan dan boleh menggunakan ide atau pengetahuan yang sedang dibincangkan tanpa menghubungkannya kepada pengetahuan lain atau melihat implikasi yang sepenuhnya.

*Item 3*

Soalan ini bertujuan untuk mengenal pasti kebolehan pelajar Tingkatan Empat dalam penggunaan ide pendaraban dua matriks bagi memastikan unsur-unsur dalam sesuatu matriks peringkat tertentu. Berdasarkan Bloom et al. (1971), pengkaji mengkategorikan soalan ini pada tahap penggunaan kerana ia menggunakan abstraksi dalam sesuatu situasi konkrit. Abstraksi ini boleh jadi dalam bentuk ide umum, pengetahuan tentang sesuatu prosedur, atau metod yang digeneralisasikan. Abstraksi boleh jadi juga prinsip teknikal, ide, dan teori yang mesti diingati dan digunakan.

*Item 4*

Soalan ini adalah bertujuan untuk mengenal pasti kebolehan pelajar Tingkatan Empat membuat penentuan sama ada dua matriks boleh didarabkan atau tidak. Berdasarkan Bloom et al. (1971), pengkaji mengkategorikan soalan ini pada tahap

analisis kerana ia merupakan pemecahan dari satu komunikasi ke dalam elemen atau bahagiannya supaya ide bagi hireki hubungan jelas dan/atau hubungan di antara ide yang disampaikan dibuat secara tersirat. Ia bertujuan untuk menjelaskan komunikasi, untuk menyatakan bagaimana komunikasi diorganisasikan dan untuk menunjukkan cara dalam mana ia di kelolakan untuk menunjukkan kesannya di samping asas dan susunannya.

#### *Item 5*

Soalan ini serupa dengan item 2 tetapi dalam format yang berbeza. Soalan ini bertujuan untuk mengenal pasti kebolehan pelajar Tingkatan Empat tentang pendaraban dua matriks. Berdasarkan Bloom et al. (1971), pengkaji mengkategorikan soalan ini pada tahap kefahaman kerana ia melibatkan tahap kefahaman yang paling rendah. Sejenis kefahaman yang mana seseorang individu itu tahu apa yang sedang dibincangkan dan boleh menggunakan ide atau pengetahuan yang sedang dibincangkan tanpa menghubungkannya kepada pengetahuan lain atau melihat implikasi yang sepenuhnya.

#### *Item 6*

Soalan ini bertujuan untuk mengenal pasti kebolehan pelajar Tingkatan Empat menggambarkan pendaraban dua matriks. Berdasarkan Bloom et al. (1971), pengkaji mengkategorikan soalan ini pada tahap analisis kerana ia merupakan pemecahan dari satu komunikasi ke dalam elemen atau bahagiannya supaya ide bagi hireki hubungan jelas dan/atau hubungan di antara ide yang disampaikan dibuat secara



tersirat. Ia bertujuan untuk menjelaskan komunikasi, untuk menyatakan bagaimana komunikasi diorganisasikan dan untuk menunjukkan cara dalam mana ia di kelolakan untuk menunjukkan kesannya di samping asas dan susunannya.

### **Teknik Penganalisan Data**

Teknik penganalisan data membabitkan dua bahagian. Bagi bahagian pertama membabitkan soalan terbuka , soalan ini adalah untuk mengenal pasti apakah yang dimaksudkan oleh pelajar Tingkatan Empat tentang syarat-syarat pendaraban dua matriks.

Bagi bahagian kedua pula membabitkan soalan tertutup yang akan dianalisis dalam tiga peringkat. Dalam peringkat pertama , bagi setiap item pengkaji mengenal pasti cara subjek menyelesaikan item berkenaan. Dalam peringkat kedua, pengkaji mengenal pasti samada boleh dikategorikan cara yang digunakan oleh subjek untuk menyelesaikan setiap item berkenaan. Dalam peringkat ketiga pengkaji menentukan peratus subjek bagi setiap kategori langkah penyelesaian.

Kajian ini juga akan mengenal pasti sama ada kategori langkah penyelesaian yang ditunjukkan oleh subjek selari dengan langkah penyelesaian oleh orang dewasa atau pun tidak.

tersirat. Ia bertujuan untuk menjelaskan komunikasi, untuk menyatakan bagaimana komunikasi diorganisasikan dan untuk menunjukkan cara dalam mana ia di kelolakan untuk menunjukkan kesannya di samping asas dan susunannya.

### **Teknik Penganalisan Data**

Teknik penganalisan data membabitkan dua bahagian. Bagi bahagian pertama membabitkan soalan terbuka , soalan ini adalah untuk mengenal pasti apakah yang dimaksudkan oleh pelajar Tingkatan Empat tentang syarat-syarat pendaraban dua matriks.

Bagi bahagian kedua pula membabitkan soalan tertutup yang akan dianalisis dalam tiga peringkat. Dalam peringkat pertama , bagi setiap item pengkaji mengenal pasti cara subjek menyelesaikan item berkenaan. Dalam peringkat kedua, pengkaji mengenal pasti samada boleh dikategorikan cara yang digunakan oleh subjek untuk menyelesaikan setiap item berkenaan. Dalam peringkat ketiga pengkaji menentukan peratus subjek bagi setiap kategori langkah penyelesaian.

Kajian ini juga akan mengenal pasti sama ada kategori langkah penyelesaian yang ditunjukkan oleh subjek selari dengan langkah penyelesaian oleh orang dewasa atau pun tidak.

## BAB IV

### RUMUSAN UJIAN KEFAHAMAN DAN IMPLIKASI

#### Pengenalan

Bab ini mengandungi analisis ujian kefahaman tentang respon bertulis oleh setiap subjek kajian dalam menyelesaikan masalah yang dikemukakan. Rumusan dibuat berdasarkan data yang diperolehi daripada respon bertulis oleh subjek. Analisis ujian kefahaman terbahagi kepada dua bahagian. Bahagian pertama membabitkan soalan terbuka, pengkaji mengenal pasti kefahaman subjek tentang syarat-syarat pendaraban dua matriks.

Bahagian kedua pula membabitkan soalan tertutup yang dianalisis dalam tiga peringkat. Dalam peringkat pertama, bagi setiap item pengkaji mengenal pasti cara subjek menyelesaikan setiap item yang diberi. Pada peringkat kedua, pengkaji mengkategorikan cara yang digunakan oleh subjek untuk menyelesaikan setiap item berkenaan. Dalam peringkat ketiga, pengkaji menentukan peratus subjek untuk setiap kategori langkah penyelesaian bagi setiap item yang diberi.

Seterusnya, kajian ini juga mengenal pasti sama ada kategori langkah penyelesaian yang ditunjukkan oleh subjek selari dengan langkah penyelesaian oleh orang dewasa atau pun tidak.

Item 1 : Nyatakan syarat-syarat bagi mendarabkan dua matriks.

Cara subjek menghuraikan jawapan mereka bagi item 1 adalah seperti di dalam

Jadual 3.

Jadual 3

Peratus Subjek Mengikut Setiap Huraian Jawapan Bagi Item 1

Bilangan subjek (%)	Huraian Jawapan
9 (30%)	Contohnya : $3 \times 2$ $2 \times 1$
5 (16.67%)	Syarat pendaraban dua matriks ialah mesti mempunyai baris dan lajur.
7 (23.33%)	Mesti ada baris dan lajur.
2 (6.67%)	Baris pertama darab lajur kedua, baris kedua darab lajur pertama.
1 (3.33%)	Mesti mempunyai lajur dan mempunyai jumlah selain daripada 0.
1 (3.33%)	Peringkat sama dan bukan matriks songsang.
1 (3.33%)	Mestilah matriks songsang dan mempunyai kedua-dua belah pihak.
1 (3.33%)	Baris matriks A dan lajur matriks B tidak boleh sama.
3 (10%)	Tiada sebarang jawapan.

Item 2 : Diberi  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Cari hasil darab matriks AB.

Terdapat sebelas kategori kaedah penyelesaian yang digunakan oleh subjek bagi menyelesaikan item ini, manakala dua orang subjek pula tidak menulis sebarang jawapan langsung. Peratus subjek mengikut setiap kategori penyelesaian bagi Item 2 ini adalah seperti di jadual 4.

Jadual 4

Peratus Subjek Mengikut Kategori Kaedah Penyelesaian Bagi Item 2

Kategori	Bilangan Subjek	Peratus (%)
1	4	13.33
2	8	26.67
3	4	13.33
4		3.33
5	1	3.33
6	3	10.00
7	1	3.33
8	2	6.67
9	1	3.33
10	2	6.67
11	1	3.33

Huraian kaedah penyelesaian bagi setiap kategori adalah seperti yang berikut:

### Kategori 1

Kaedah yang digunakan bagi kategori 1 adalah selari dengan kaedah penyelesaian oleh orang dewasa. Kaedah ini menghasilkan matriks yang mempunyai peringkat yang betul tetapi dengan unsur  $(ab)_{23}$  dan unsur  $(ab)_{22}$  yang salah. Bagi

$$\text{kes } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+0 & 5-8 & -3-2 \\ -1+0 & 5/2+12 & -3/2+3 \\ -6+0 & 15-4 & -9-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -5 \\ -1 & 17/2 & 0 \\ -6 & 11 & -10 \end{pmatrix}$$

### Kategori 2

Kaedah yang digunakan bagi kategori 2 menghasilkan matriks AB yang mempunyai peringkat  $3 \times 2$ . Hasil darab AB didapati dengan cara berikut:

$(ab)_{11}$  nya didapati dengan  $a_{11} \times b_{11}$ .  $(ab)_{12}$  nya didapati dengan  $a_{12} \times b_{21}$ .  $(ab)_{21}$  nya didapati dengan  $a_{21} \times b_{12}$ .  $(ab)_{22}$  nya didapati dengan  $a_{22} \times b_{22}$ .  $(ab)_{31}$  nya didapati dengan  $a_{31} \times b_{13}$ .  $(ab)_{32}$  nya didapati dengan  $a_{32} \times b_{23}$ . Bagi kes

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 5/2 & 12 \\ -9 & -1 \end{pmatrix}$$

### Kategori 3

Kaedah yang digunakan bagi kategori 3 menghasilkan matriks AB dengan peringkat  $2 \times 2$  melalui cara yang berikut:

$(ab)_{11}$  nya didapati dengan menjalankan lajur pertama pada A X baris pertama pada B.  $(ab)_{12}$  nya didapati dengan menjalankan lajur kedua pada A X baris pertama pada B.  $(ab)_{21}$  nya didapati dengan menjalankan lajur pertama pada A X baris kedua pada B.  $(ab)_{22}$  nya didapati dengan menjalankan lajur kedua pada A X baris kedua pada B. Kaedahnya itu ditunjukkan seperti berikut:

$$\begin{pmatrix} (1 \times -2) + (\frac{1}{2} \times 5) + (3 \times -3) & (-2 \times -2) + (3 \times 5) + (-1 \times -3) \\ (1 \times 0) + (\frac{1}{2} \times 4) + (3 \times 1) & (-2 \times 0) + (3 \times 4) + (-1 \times 1) \end{pmatrix}$$

Kategori 4

Kaedah hasil darab matriks yang ditunjukkan oleh subjek adalah betul tetapi unsur-unsur tidak ditambahkan. Jawapan mereka ditunjukkan seperti yang berikut:-

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 5 & -8 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & 5/2 & 12 & -3/2 & 3 \\ -6 & 0 & 15 & -4 & -9 & -1 \end{pmatrix}$$

Kategori 5

Kaedah yang digunakan bagi kategori 5 menghasilkan matriks AB yang mempunyai peringkat  $3 \times 1$ .

$(ab)_{11}$  didapati dengan mendarabkan baris pertama pada matriks A dengan lajur pertama pada matriks B.  $(ab)_{21}$  didapati dengan mendarabkan baris kedua pada matriks A dengan lajur pertama pada matriks B.  $(ab)_{31}$  didapati dengan mendarabkan baris ketiga pada matriks A dengan lajur pertama pada matriks B.

$$\text{Bagi kes } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+0 \\ 5/2+12 \\ -9-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 29/2 \\ -10 \end{pmatrix}$$

#### Kategori 6

Kaedah yang digunakan bagi kategori 6 menunjukkan bahawa subjek ada ide tentang pendaraban dua matriks tetapi setiap unsur bagi hasil darab matriks AB dibuat secara berasingan seolah-olah terdapat sembilan matriks yang berasingan seperti yang berikut:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5/2 \\ 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3/2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -15 \\ -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -1 \end{pmatrix}$$

#### Kategori 7

Kaedah yang digunakan bagi kategori 7 menghasilkan matriks AB yang mempunyai peringkat  $2 \times 3$ . Caranya ialah dengan mendarabkan setiap unsur pada baris pertama matriks A dengan setiap unsur pada baris pertama matriks B, dan setiap unsur pada baris kedua matriks A dengan setiap unsur pada baris kedua matriks B seperti yang berikut:

$(ab)_{11}$  didapati dengan  $a_{11} \times b_{11}$ .  $(ab)_{12}$  didapati dengan  $a_{12} \times b_{12}$ .  $(ab)_{13}$  didapati dengan  $a_{13} \times b_{13}$  dan seterusnya.

$$\text{Bagi kes } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -10 & 6 \\ 0 & 12 & 3 \end{pmatrix}$$



## Kategori 8

Kaedah yang digunakan bagi kategori 8 menunjukkan bahawa subjek nampaknya cuba mendarabkan setiap unsur pada baris pertama matriks A dengan  $b_{11}$  kemudian setiap unsur pada baris kedua matriks A dengan  $b_{12}$  dan seterusnya setiap unsur pada baris ketiga matriks A dengan  $b_{13}$  tetapi jalan kerja tidak diselesaikan.

$$\text{Bagi kes } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 5/2 & 15 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}$$

## Kategori 9

Kaedah yang digunakan bagi kategori 9 menghasilkan matriks AB yang mempunyai peringkat  $3 \times 2$ . Kaedah yang digunakannya ialah  $(ab)_{11}$  didapati dengan  $a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22}$ .  $(ab)_{12}$  didapati dengan  $a_{12} \times b_{12} + a_{11} \times b_{22}$ .  $(ab)_{21}$  didapati dengan  $a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22}$ .  $(ab)_{22}$  didapati dengan  $a_{22} \times b_{12} + a_{21} \times b_{22}$ .  $(ab)_{31}$  didapati dengan  $a_{31} \times b_{11} + a_{32} \times b_{12}$ .  $(ab)_{32}$  didapati dengan  $a_{32} \times b_{11} + a_{31} \times b_{21}$ .

$$\text{Bagi kes } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+8 & -10+4 \\ 5/2+12 & 15+2 \\ -6+(-5) & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -6 \\ 29/2 & 17 \\ -11 & 2 \end{pmatrix}$$

## Kategori 10

Kaedah yang digunakan bagi kategori 10 menunjukkan bahawa subjek ada sedikit ide tentang pendaraban dua matriks tetapi peringkat hasil darab matriks AB ditulis sebagai  $2 \times 2$ .

Kaedah yang digunakan ialah seperti yang berikut:

$(ab)_{11}$  didapati dengan mendarabkan baris pertama matriks A dengan lajur pertama matriks B.  $(ab)_{12}$  didapati dengan mendarabkan baris pertama matriks A dengan lajur kedua matriks B.  $(ab)_{21}$  didapati dengan mendarabkan baris kedua matriks A dengan lajur pertama matriks B.  $(ab)_{22}$  didapati dengan mendarabkan baris kedua matriks A dengan lajur kedua matriks B.

$$\text{Bagi kes } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+0 & 5-8 \\ -1+0 & 5/2+12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 29/2 \end{pmatrix}$$

## Kategori 11

Kaedah penyelesaian nampaknya serupa dengan kategori 6 tetapi jawapan ditulis dalam bentuk yang berlainan kemudian dijumlahkan.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 0 \\ -6 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 21/2 & 12 \\ 15 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 \frac{1}{2} & 3 \\ -9 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -10 \\ 0 & 15 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Item 3 : Berdasarkan jawapan dalam soalan 2, nyatakan unsur bagi:

- i) baris pertama lajur kedua,
- ii) baris kedua lajur pertama.

Terdapat lapan kategori kaedah penyelesaian bagi item ini, manakala dua belas orang subjek tidak menulis sebarang jawapan bagi soalan ini. Peratus subjek bagi setiap kategori penyelesaian adalah seperti di jadual 5.

Jadual 5

Peratus Subjek Mengikut Kategori Kaedah Penyelesaian Bagi Item 3

Kategori	Bilangan Subjek	Peratus (%)
1	8	26.67
2	1	3.33
3	3	10.00
4	2	6.67
5	1	3.33
6	1	3.33
7	1	3.33
8	1	3.33

Huraian kaedah penyelesaian bagi setiap kategori adalah seperti yang berikut:

## Kategori 1

Kaedah yang digunakan bagi kategori 1 menghasilkan jawapan yang betul berdasarkan jawapannya dalam soalan 2.

## Kategori 2

Kaedah yang digunakan bagi kategori 2 menghasilkan jawapan seperti berikut:

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (ii) \begin{pmatrix} 1/2 & 3 \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## Kategori 3

Kaedah yang digunakan bagi kategori 3 menghasilkan jawapan yang mana unsur bagi baris kedua lajur pertama sebagai baris pertama lajur keduanya, dan baris kedua lajur pertama sebagai baris pertama lajur keduanya.

## Kategori 4

Kaedah yang digunakan bagi kategori 4 menunjukkan bahawa subjek mengambil unsur-unsur bagi lajur sebagai baris dan baris sebagai lajur. Kaedah yang digunakan menghasilkan jawapan seperti yang berikut:

$$(i) \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 3 \end{pmatrix} (0 \ 4 \ 1) \quad (ii) \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} (-2 \ 5 \ -3)$$

## Kategori 5

Kaedah yang digunakan bagi kategori 5 menghasilkan jawapan seperti berikut:

$$(i) (1, -2) \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} = (5, -8)$$

$$(ii) (1/2, 3) \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} = (-1, 0)$$

## Kategori 6

Kaedah yang digunakan bagi kategori 6 menunjukkan bahawa subjek mengambil unsur-unsur bagi (i) yang betul tetapi masing-masing bagi matriks A dan matriks B. Kemudian mengambil unsur-unsur bagi (ii) yang betul tetapi masing-masing bagi matriks A dan matriks B.

## Kategori 7

Kaedah yang digunakan bagi kategori 7 menghasilkan jawapan seperti yang berikut:

- (i) mempunyai nombor negatif yang telah ditukar angkanya.
- (ii) mempunyai angka yang tiada nilai negatif.

## Kategori 8

Kaedah yang digunakan bagi kategori 8 menunjukkan bahawa subjek menyalin jawapan dalam item 2nya.

Item 4: Diberi  $P = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  dan  $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Tentukan sama ada pendaraban matriks PQ boleh dilakukan atau tidak. Jika boleh, cari hasil darab matriks PQ itu dan jika tidak boleh nyatakan sebabnya.

Terdapat tujuh kategori kaedah penyelesaian bagi item ini dan seramai empat orang subjek tidak menulis sebarang jawapan. Peratus subjek mengikut setiap kategori kaedah penyelesaian adalah seperti di jadual 6.

Jadual 6

Peratus Subjek Mengikut Kategori Kaedah Penyelesaian Bagi Item 4

Kategori	Bilangan Subjek	Peratus (%)
1	8	26.67
2	6	20.00
3	4	13.33
4	3	10.00
5	2	6.67
6	1	3.33
7	2	6.67

Huraian kaedah penyelesaian bagi setiap kategori adalah seperti yang berikut:

## Kategori 1

Kaedah yang digunakan adalah selari dengan kaedah penyelesaian oleh orang

dewasa. Bagi kes  $(-2 \ 1 \ 3) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Jawapan subjek adalah seperti yang berikut:  $1 \times (3 \ 3) \times 1 = 1 \times 1$ . Boleh.

$$(-2-3+6) = (1).$$

## Kategori 2

Kaedah penyelesaian yang digunakan bagi kategori 2 menunjukkan setiap unsur bagi baris pada matriks P didarabkan dengan setiap unsur bagi lajur pada matriks Q dan menghasilkan unsur-unsur dalam satu baris tetapi tidak dijumlahkan iaitu  $(-2 \ -3 \ 6)$ .

## Kategori 3

Kaedah yang digunakan bagi kategori 3 menunjukkan setiap unsur bagi baris pada matriks P didarabkan dengan setiap unsur bagi lajur pada matriks Q dan menghasilkan tiga unsur dalam satu lajur yang tidak dijumlahkan seperti yang berikut:

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

## Kategori 4

Kaedah yang digunakan bagi kategori 4 menunjukkan pendaraban telah

dijalankan seperti yang berikut:

$$(-2) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ untuk menghasilkan } (pq)_{11} \quad (pq)_{21} \quad (pq)_{31}$$

$$(1) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ untuk menghasilkan } (pq)_{12} \quad (pq)_{22} \quad (pq)_{32}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ untuk menghasilkan } (pq)_{13} \quad (pq)_{23} \quad (pq)_{33}$$

Jawapan subjek ditulis sebagai

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 6 & -3 & -9 \\ -4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Hak Milik MARA

## Kategori 5

Kaedah yang digunakan bagi kategori 5 menghasilkan jawapan  $(-2 \ -6 \ 4)$

$(1 \ -3 \ 2) \ (3 \ -9 \ 6)$ . Kaedah ini nampaknya seperti kategori 4 tetapi cuma jawapannya ditulis dalam format yang berbeza.



## Kategori 6

Kaedah yang digunakan bagi kategori 6 menghasilkan jawapan  $\begin{pmatrix} -2 & 6 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 3 & -9 & 6 \end{pmatrix}$

iaitu dengan menjalankan pendaraban seperti yang berikut:

$$(-2) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ untuk menghasilkan } (pq)_{11} \quad (pq)_{12} \quad (pq)_{13}.$$

$$(1) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ untuk menghasilkan } (pq)_{21} \quad (pq)_{22} \quad (pq)_{23}.$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ untuk menghasilkan } (pq)_{31} \quad (pq)_{32} \quad (pq)_{33}.$$

## Kategori 7

Subjek menyatakan pendaraban tidak boleh dijalankan. Seorang subjek memberi alasan mempunyai satu baris dan satu lajur, manakala seorang subjek lagi memberi alasan nombor-nombor tidak sama.

Item 5 : Diberi  $M = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  dan  $N = \begin{pmatrix} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Cari hasil darab matriks MN itu.

Terdapat tujuh kategori kaedah penyelesaian untuk item ini dan enam orang subjek tidak menjawab soalan. Peratus subjek mengikut setiap kategori kaedah penyelesaian adalah seperti di jadual 7.

Jadual 7

## Peratus Subjek Mengikut Kategori Kaedah Penyelesaian Bagi Item 5

Kategori	Bilangan Subjek	Peratus(%)
1	5	16.67
2	2	6.67
3	7	23.33
4	1	3.33
5	7	23.33
6	1	3.33
7	1	3.33

Huraian kaedah penyelesaian bagi setiap kategori adalah seperti yang berikut:

## Kategori 1

Kaedah yang digunakan bagi kategori 1 adalah selari dengan kaedah penyelesaian oleh orang dewasa.

$$\text{Bagi kes } \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+5/3+0 \\ -4+0+0 \\ 8-2/3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23/3 \\ -4 \\ 22/3 \end{pmatrix}$$

## Kategori 2

Kaedah yang digunakan bagi kategori 2 menunjukkan subjek menjalankan pendaraban matriks seperti berikut:-

$$(3 \ 5 \ 1) \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{array} \right) \text{ iaitu dengan menjalankan: baris pertama bagi M X lajur bagi N.}$$

$$(-2 \ 0 \ 2) \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{array} \right) \text{ iaitu dengan menjalankan : baris kedua bagi M X lajur N.}$$

$$(4 \ -2 \ 1/2) \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{array} \right) \text{ iaitu dengan menjalankan : baris ketiga bagi M X lajur N.}$$

Jawapan akhir subjek nampaknya tidak ditulis dalam bentuk matriks peringkat  $3 \times 1$  tetapi  $(23/3) \ (-4) \ (22/3)$ .

## Kategori 3

Kaedah yang digunakan bagi kategori 3 menghasilkan satu matriks yang mempunyai peringkat  $3 \times 3$ . Baris pertama bagi matriks MN didapati dengan cara mendarabkan setiap unsur bagi baris pertama pada M satu demi satu dengan setiap unsur bagi lajur pada N tetapi unsur-unsur yang didapati itu tidak dijumlahkan. Baris kedua bagi matriks MN didapati dengan cara mendarabkan setiap unsur bagi baris

kedua pada M satu demi satu dengan setiap unsur bagi lajur pada matriks N tetapi unsur-unsur yang didapati itu tidak dijumlahkan.

Baris ketiga bagi matriks MN didapati dengan cara mendarabkan setiap unsur bagi baris ketiga pada M satu demi satu dengan setiap unsur bagi lajur pada matriks N tetapi unsur-unsur yang didapati itu tidak dijumlahkan. Jawapan subjek ditulis seperti

yang berikut:

$$\begin{pmatrix} 6 & 5/3 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \\ 8 & -2/3 & 0 \end{pmatrix}$$

#### Kategori 4

Kaedah yang digunakan bagi kategori 4 menghasilkan matriks yang mempunyai peringkat  $3 \times 1$  tetapi salah kerana kaedah yang tidak betul digunakan.

$(mn)_{11}$  didapati dengan mendarabkan setiap unsur pada baris pertama matriks M dengan  $n_{11}$ .  $(mn)_{21}$  didapati dengan mendarabkan setiap unsur pada baris kedua matriks M dengan  $n_{21}$ .  $(mn)_{31}$  didapati dengan mendarabkan setiap unsur pada baris ketiga matriks M dengan  $n_{31}$ .

Bagi kes

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+10+2 \\ -2/3+0+2/3 \\ 0+0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

#### Kategori 5

Kaedah penyelesaian yang digunakan bagi kategori 5 menghasilkan matriks dengan peringkat  $3 \times 3$  iaitu dengan cara berikut:

$(mn)_{11}$  didapati dengan cara  $m_{11} \times n_{11}$ .  $(mn)_{12}$  didapati dengan cara  $m_{12} \times n_{11}$ .  $(mn)_{13}$  didapati dengan cara  $m_{13} \times n_{11}$ .  $(mn)_{21}$  didapati dengan cara  $m_{21} \times n_{21}$ .  $(mn)_{22}$  didapati dengan cara  $m_{22} \times n_{21}$ .  $(mn)_{23}$  didapati dengan cara  $m_{23} \times n_{21}$ .  $(mn)_{31}$  didapati dengan cara  $m_{31} \times n_{31}$ .  $(mn)_{32}$  didapati dengan cara  $m_{32} \times n_{31}$ .  $(mn)_{33}$  didapati dengan cara  $m_{33} \times n_{31}$ .

Bagi kes 
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 2 \\ -2/3 & 0 & 2/3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

#### Kategori 6

Kaedah penyelesaian yang digunakan bagi kategori 6 menghasilkan matriks dengan peringkat  $3 \times 3$ . Kaedah yang digunakan ialah  $N \times M$  iaitu dengan cara

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ dan}$$

menjalankan

$(2) (3 \ 5 \ 1)$  sahaja untuk mendapat baris pertama bagi  $NM$  dan unsur-unsur lain diambil daripada matriks  $M$  untuk menghasilkan

$$\begin{pmatrix} 6 & 10 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 1/2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{daripada matriks } M$$

## Kategori 7

Kaedah penyelesaian yang digunakan bagi kategori 7 menghasilkan matriks dengan peringkat  $3 \times 3$  yang didapati dengan cara lajur pertama bagi matriks M didarabkan satu demi satu dengan lajur pada N untuk menghasilkan lajur pertama bagi MN tetapi unsur-unsur lain diambil daripada matriks M untuk menghasilkan

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 \\ -2/3 & 2 & 1/2 \\ 0 & -2 & 1/2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{daripada matriks M.}$$

Item 6 : Diberi S ialah matriks yang mempunyai 3 baris dan 4 lajur dan T ialah matriks yang mempunyai 4 baris dan 2 lajur, andaikan U ialah hasil darab matriks ST,

- i) nyatakan peringkat bagi matriks U,
- ii) cuba gambarkan U secara umum dengan menggunakan sepasang tanda kurungan yang disediakan di bawah.

$$U = \left( \quad \quad \quad \right)$$

Terdapat lapan kategori kaedah penyelesaian bagi item ini, manakala seramai sepuluh orang subjek tidak menjawab soalan ini. Peratus subjek mengikut setiap kategori kaedah penyelesaian bagi Item 6 ini adalah seperti di jadual 8.

Jadual 8

Peratus Subjek Mengikut Kategori Kaedah penyelesaian Bagi Item 6

Kategori	Bilangan Subjek	Peratus (%)
1	3	10.00
2	3	10.00
3	2	6.67
4	1	3.33
5	6	20.00
6	2	6.67
7	1	3.33
8	2	6.67

Huraian kaedah penyelesaian bagi setiap kategori adalah seperti yang berikut:

Kategori 1

Kaedah penyelesaian yang digunakan bagi kategori 1 adalah selari dengan kaedah penyelesaian oleh orang dewasa.

i)  $3 \times \begin{pmatrix} 4 & 4 \end{pmatrix} \times 2$

U ialah matriks peringkat  $3 \times 2$

ii) bagi soalan ini dua orang subjek menggunakan nombor untuk

menggambarkan unsur-unsur matriks tersebut, misalnya  $U = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 10 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

dan seorang lagi subjek menggunakan huruf abjad untuk menggambarkan unsur-unsur matriks tersebut, misalnya

$$U = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$$

### Kategori 2

Ketiga-tiga subjek nampaknya menggunakan kaedah yang betul untuk mendapatkan peringkat bagi matriks  $U$  iaitu  $3 \times \begin{pmatrix} 4 & 4 \end{pmatrix} \times 2$  peringkat matriks  $U = 3 \times 2$ . Tetapi apabila menggambarkan  $U$ , dua orang subjek telah menggambarkan dengan  $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$ , nampaknya subjek ini telah terkeliru antara baris dengan lajur.

Seorang subjek lagi menggambarkan  $U = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  iaitu matriks peringkat  $4 \times 2$ .

### Kategori 3

Dua subjek memberikan peringkat matriks  $U = 3 \times 4$ . Seorang subjek menggambarkan  $U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  dan seorang lagi subjek tidak menggambarkan  $U$ .



## Kategori 4

Subjek telah mendarabkan baris S dengan baris T dan lajur S dengan lajur T untuk menghasilkan peringkat matriks  $U = 12 \times 8$ . Subjek ini telah menggambarkan  $U = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \end{pmatrix}$

## Kategori 5

Enam orang subjek telah memberikan peringkat matrik  $U$  sebagai  $4 \times 4$ . Empat orang daripada subjek ini memberikan jawapan sahaja dan dua orang menggunakan cara seperti berikut

$$(S) \quad (T)$$

$$3 \times 4 \quad 4 \times 2$$

$$(4) = 4 \times 4$$

Dua orang daripada subjek ini menggambarkan unsur-unsur bagi matriks  $U$  dengan

menggunakan nombor-nombor misalnya  $U = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 8 & 0 & -4 \\ -5 & 6 & \frac{1}{2} & -8 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Dua orang daripada subjek ini menggambarkan unsur-unsur bagi matriks  $U$  dengan

menggunakan \*, misalnya  $U = \begin{pmatrix} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{pmatrix}$

Seorang daripada subjek ini menggambarkan unsur-unsur bagi matrik U dengan cara

erikut

$$U = \begin{pmatrix} a^{10} & a^{20} & a^{30} & a^{40} \\ a^{11} & a^{21} & a^{31} & a^{41} \\ a^{12} & a^{22} & a^{32} & a^{42} \\ a^{13} & a^{23} & a^{33} & a^{43} \end{pmatrix}$$

Manakala seorang subjek tidak menggambarkan U.

tegori 6

Seorang subjek memberikan peringkat matrik  $U = 4 \times 3$  dan seorang lagi  
 dengan peringkat matrik  $U = 1 \times 3$ . Kedua-dua orang subjek tidak memberi  
 gambaran matriks U.

tegori 7

Seorang subjek memberikan peringkat matriks  $U = 4$  tanpa memberi  
 penjelasan apa-apa dan tidak memberi gambaran matriks U.

tegori 8

Dua orang subjek menggambarkan matriks S dan T dengan betul tetapi tidak  
 menyatakan peringkat matriks U dan tidak menggambarkan matriks U.

### Kesimpulan

Sebagai rumusan, lapan kaedah digunakan oleh tiga puluh orang subjek kajian  
 untuk mengenal pasti syarat-syarat bagi pendaraban dua matriks. Cuma sembilan

Seorang daripada subjek ini menggambarkan unsur-unsur bagi matrik U dengan cara

berikut

$$U = \begin{pmatrix} a^{10} & a^{20} & a^{30} & a^{40} \\ a^{11} & a^{21} & a^{31} & a^{41} \\ a^{12} & a^{22} & a^{32} & a^{42} \\ a^{13} & a^{23} & a^{33} & a^{43} \end{pmatrix}$$

manakala seorang subjek tidak menggambarkan U.

#### Kategori 6

Seorang subjek memberikan peringkat matrik  $U = 4 \times 3$  dan seorang lagi dengan peringkat matrik  $U = 1 \times 3$ . Kedua-dua orang subjek tidak memberi gambaran matriks U.

#### Kategori 7

Seorang subjek memberikan peringkat matriks  $U = 4$  tanpa memberi penjelasan apa-apa dan tidak memberi gambaran matriks U.

#### Kategori 8

Dua orang subjek menggambarkan matriks S dan T dengan betul tetapi tidak menyatakan peringkat matriks U dan tidak menggambarkan matriks U.

#### Kesimpulan

Sebagai rumusan, lapan kaedah digunakan oleh tiga puluh orang subjek kajian ini untuk mengenal pasti syarat-syarat bagi pendaraban dua matriks. Cuma sembilan

orang subjek sahaja dapat mengenal pasti syarat-syarat bagi pendaraban dua matriks iaitu dengan menggunakan contoh peringkat matriks  $3 \times \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix} \times 1$ . Bagi menyelesaikan masalah pendaraban dua matriks, terdapat lebih daripada tujuh kaedah atau strategi yang digunakan oleh subjek kajian.

Dalam operasi pendaraban dua matriks, untuk item 2 seramai empat orang (13.33%) subjek kajian sahaja menggunakan kaedah yang selari dengan kaedah penyelesaian oleh orang dewasa, manakala untuk item 4 pula seramai lapan orang subjek (26.67%), dan bagi item 5 seramai lima orang (16.67%).

Cara atau strategi bagi menyelesaikan setiap masalah pendaraban dua matriks di mana matriks-matriks yang diberi itu berbeza peringkatnya masing-masing (lihat item 2, 4 dan 5) yang digunakan oleh lapan belas orang (60%) subjek adalah tidak konsisten.

Bagi soalan mengenal pasti unsur-unsur dalam suatu matriks (lihat item 3), cuma lapan orang (26.67%) subjek kajian ini yang dapat mengenal pasti unsur-unsur yang dikehendaki dan selebihnya terkeliru disebabkan kesilapan mereka mengambil kira unsur bagi baris sebagai lajur dan unsur bagi lajur sebagai baris.

Bagi soalan menggambarkan matriks yang terhasil daripada hasil darab dua matriks didapati terdapat lapan cara atau kaedah digunakan oleh subjek itu untuk menggambarannya. Manakala tiga orang (10%) subjek sahaja dapat menggambarkan matriks yang terhasil daripada hasil darab dua matriks..

### Dapatan Lain

1. Pengkaji melihat kekonsistenan terhadap kaedah yang digunakan oleh subjek untuk menjawab item 2, 4, 5 kerana ketiga-tiga item ini menguji kebolehan subjek menjalankan pendaraban dua matriks dan strategi yang digunakan oleh mereka untuk menyelesaikan pendaraban dua matriks.

Nampaknya cuma 12 orang (40%) subjek sahaja yang konsisten dalam menyelesaikan setiap masalah mengenai pendaraban dua matriks. Selebihnya iaitu 18 orang (60%) subjek pula adalah tidak konsisten dalam menyelesaikan setiap masalah mengenai pendaraban dua matriks..

2. Kebanyakan subjek yang tidak boleh menyelesaikan masalah tentang pendaraban dua matriks adalah disebabkan terkeliru diantara baris dengan lajur bagi sesuatu matriks yang diberi. Subjek tersebut nampaknya mengambil kira baris sebagai lajur dan lajur sebagai baris.
3. Kebanyakan subjek yang tidak boleh menyelesaikan masalah tentang pendaraban dua matriks juga adalah disebabkan oleh kesilapan mereka menentukan peringkat bahagian hasil darab matriks yang terhasil.

## Implikasi Kajian

Beberapa implikasi boleh dibuat berdasarkan dapatan kajian ini. Bahagian ini dibahagikan kepada dua bahagian, iaitu implikasi kepada pengajaran dan implikasi bagi kajian lanjut.

### Implikasi Kepada Pengajaran

Dalam bahagian ini, akan dibincangkan implikasi dapatan kajian kepada pengajaran. Dapatan kajian ini mempunyai beberapa implikasi kepada pengajaran matematik di sekolah. Dapatan kajian dari segi kaedah atau strategi yang digunakan oleh subjek dalam menyelesaikan masalah pendaraban dua matriks adalah terhad dan lebih tertumpu kepada format soalan yang dikemukakan. Lebih ramai pelajar boleh menyelesaikan masalah yang melibatkan pendaraban dua matriks sekiranya peringkat matriks yang diberi adalah lebih kecil (seperti Item 4). Apabila peringkat matriks yang diberi itu lebih kompleks (seperti Item 2 dan Item 5), didapati kurang pelajar yang boleh menyelesaikannya.

Sehubungan dengan itu, guru mesti menekankan juga kaedah yang harus diikuti dalam menjalankan pendaraban dua matriks bagi semua bentuk matriks dengan menggunakan pelbagai contoh matriks yang mempunyai peringkat yang berbeza-beza.

Guru seharusnya dapat mendedahkan pelajar kepada aktiviti yang membabitkan konsep dan operasi dalam mengenal pasti unsur-unsur bagi baris dan unsur-unsur bagi lajur bagi sesuatu matriks, syarat-syarat pendaraban dua matriks,

dan peringkat bagi matriks yang terhasil daripada hasil darab dua matriks yang tertentu.

Dalam aktiviti menggambarkan matriks yang terhasil daripada hasil darab dua matriks, guru harus menekankan kepada bentuk sesuatu matriks dengan cara mengenal pasti unsur-unsur bagi baris dan juga lajur bagi sesuatu matriks yang akan terhasil itu. Aktiviti seperti ini harus melibatkan bentuk-bentuk matriks yang pelbagai.

Penyediaan bahan bantu mengajar yang sesuai dan perancangan pengajaran yang rapi dapat digunakan untuk membantu kefahaman pelajar tentang pendaraban dua matriks. Pengajaran topik matriks harus dilakukan secara berperingkat-peringkat iaitu bermula dari peringkat konkrit dan semakin meningkat kesukarannya sehingga kepada peringkat yang lebih abstrak. Bagi peringkat konkrit, bahan bantu mengajar yang sesuai harus digunakan supaya pelajar dapat membentuk kefahaman terhadap konsep matriks terlebih dahulu.

Guru juga disarankan supaya semasa pengajarannya menjalankan penilaian yang berterusan untuk mengenal pasti tahap kefahaman pelajar. Teknik penilaian mesti menguji tahap kefahaman yang dipunyai oleh pelajar dan tidak sekadar menguji kemahiran pelajar dalam pendaraban dua matriks sahaja, dan penilaian yang dilakukan mesti berterusan. Penilaian yang dijalankan mestilah dapat menimbulkan masalah kepada pelajar pada peringkat pengonsepan yang tertentu.

Teknik penyoalan yang diamalkan oleh guru semasa proses penilaian juga penting kerana secara tidak langsung, guru akan dapat membimbing pelajar yang bermasalah untuk menyelesaikan masalah yang dikemukakan. Pelajar digalakkan

untuk menggunakan kefahaman yang ada untuk menyelesaikan masalah tentang pendaraban dua matriks lantas dapat menilai tahap kefahaman pelajar dalam matriks secara keseluruhan, iaitu konsep dan kemahiran.

Tindakan susulan oleh guru dalam bentuk pemulihan dan diagnostik akan dapat dijalankan untuk mempertingkatkan lagi kefahaman pelajar. Kesemua langkah yang telah dicadangkan di atas diharap akan dapat menolong guru untuk mengenal pasti kefahaman dan memantapkan kefahaman pelajar tentang pendaraban dua matriks.

#### Implikasi Untuk Kajian Lanjut

Fokus utama kajian adalah untuk mengenal pasti kefahaman pelajar Tingkatan Empat tentang pendaraban dua matriks. Dalam kajian ini, beberapa aspek telah dikenal pasti, iaitu apakah yang dimaksudkan oleh subjek kajian ini tentang syarat-syarat bagi pendaraban dua matriks, cara atau kaedah yang digunakan oleh mereka dalam menyelesaikan masalah pendaraban dua matriks, dan kebolehan mereka untuk menggambarkan matriks yang terhasil daripada hasil darab dua matriks.

Kajian yang lebih lanjut adalah untuk mengkaji, 'Apakah skim yang dipunyai oleh pelajar Tingkatan Empat tentang Matriks?' subjek bagi kajian ini adalah terdiri daripada pelajar Tingkatan Empat. Pemilihan subjek kajian dari Tingkatan Lima mungkin dapat memberikan dapatan yang berbeza. Di samping itu juga, metodologi kajian dengan menggunakan teknik temuduga klinikal dapat digunakan berbanding dengan hanya menggunakan ujian kefahaman untuk kajian ini. Pemberian makna



yang lebih luas mungkin diperoleh dengan menggunakan metodologi yang lebih pelbagai.

Alford, A. K., & ... (1991). ...

... (1992). ...

... (1978). ...

... (1979). ...

... (1980). ...

... (1981). ...

... (1982). ...

... (1983). ...

... (1984). ...

... (1985). ...

... (1986). ...

... (1987). ...

... (1988). ...

... (1989). ...

... (1990). ...

... (1991). ...

... (1992). ...

... (1993). ...

... (1994). ...

... (1995). ...

... (1996). ...

... (1997). ...

... (1998). ...

... (1999). ...

... (2000). ...

Hak Milik MARA

HAK MILIK  
ARKIB MARA

## BIBLIOGRAFI

- Ahmad Faisal, A. K., & Jamaludin, M. A. (1994). Algebra linear dengan penggunaan. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Amir, M., Ali, R. (1992). Proper values of matrices and some applications. School Science and Mathematics, 92(3), 120-125.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1978). Educational psychology: A cognitive view (2<sup>nd</sup> ed.). New York: Holt: Reinhart, & Winston.
- Behr, M., & Harel, G. (1990). Students' error, misconceptions and cognitive conflict. Applications of procedures. Dalam Jeevanayaghy A/P Sivaratanam. (1998). Kefahaman dua orang pelajar tingkatan empat tentang angka bererti. Kertas projek tidak diterbitkan. Fakulti Pendidikan. Universiti Malaya. Kuala Lumpur.
- Bell, A., Fischbein, E., & Greer, B. (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. Dalam Jeevanayaghy A/P Sivaratanam. (1998). Kefahaman dua orang pelajar tingkatan empat tentang angka bererti. Kertas projek tidak diterbitkan. Fakulti Pendidikan. Universiti Malaya. Kuala Lumpur.
- Bindley, M. (1985). Basic mathematics. London: Ward Lock Education.
- Bloom, S. B., Hasting, J. T., & Madaus, F. G. (1971). Handbook on formative and summative evaluation of student learning. New York: Mc Graw-Hill Book Company.
- Britton, J. R., & Rutland, L. W. (1965). University mathematics. San Francisco: W. H. Freeman and Company.
- Buxton, L. (1978). Four levels of understanding mathematics in school. Mathematics in School, 7 (4), 36-41.
- Campbell, H. C. (1980). Linear algebra with applications 2<sup>nd</sup> ed. Englewood Cliffs, N. J: Prentice-Hall.
- Carlson, D. (1993). Teaching linear algebra: Must the fog always roll in? College Mathematics Journal, 24(1), 29-40.
- Cawley, J. F., & Reines, R. (1996). Mathematics as communication: Using the interactive unit. Teaching Exceptional Children, 28(2), 29-34.
- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and the theories of instruction in mathematics education. Educational Psychologists, 23, 87-104.

- Confrey, J. (1991). Learning to listen: A student's understanding of powers of ten. Dalam E. von Glasersfeld (Ed.), Radical constructivism in mathematics education (hlm. 111-138). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Crank, J. N., Bulgren, J. A. (1993). Visual Depictions as information organizers for enhancing achievement of students with learning disabilities. Learning Disabilities Research and Practice, 8(3), 140-147.
- Dossey, J. (1990). Discrete mathematics and the secondary mathematics curriculum. Reston, Va.: The Council.
- Erlwanger, S. H. (1974). Case studies of childrens' conceptions of mathematics. Unpublished doctoral dissertation. University of Illinois, Urbana- Champagne.
- Fook, L. (1994). Matriks dan penentu. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Froelich, G. W., et. al. (1991). Connects mathematics curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series, grades 9-12. NCTM, Reston, Va.
- Glaister, P. (1992). An application of matrix theory. Mathematics Teacher, 85(3), 220-223.
- Glidden, L. P. (1990). From graph to matrices. Mathematics Teacher, 83(2), 127-135.
- Goodstein, R. L. (1964). Fundamental concepts of mathematics. London: Lompton Printing Works Ltd.
- Gordon, M. (1991). Counter intuitive intances encourage mathematics thinking. Mathematics Teacher, 84(7), 511-515.
- Harel, G. (1989). Learning and teaching linear algebra: Difficulties and an alternative approach to visualising concepts and processes. Focus on learning Problems in Mathematics, 11(2), 138-149.
- Herstein, I. N., & Winter, D. J. (1988). Matrix Theory and linear algebra. New York: Mac millan Publishing Company.
- Hierbert, J. (Ed. ). (1986). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hierbert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed. ), Handbook of research on mathematics teaching and learning (hlm. 65-97). New York: Mac millan.

- Hierbert, J., & Wearne, D. (1996). Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction. Cognition and Instruction, 14, 251-283.
- Hierbert, J., et. al. (1997). Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding. New Hampshire: Heinemann.
- Ibrahim, M., & Rosayatimah, M. T. (1987). Pengenalan matriks. Kuala Lumpur : Penerbit Universiti Malaya.
- Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. Dalam J. C. Bergeron, N. Herscoviv & C. Kieren (Eds.). Proceedings of the Eleventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education: Vo. 1 (hlm. 3-27). Montreal: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Kolman, B. (1984). Introductory linear algebra with application. New York: Mac millan Publishing Company.
- Koyama, M. (1997). Research on the complementarity of intuition and logical thinking in the process of understanding mathematics : An exam of the two-axes process model by analyzing and elementary school mathematics class. Hiroshima Journal of Mathematics Education, 5, 21-33.
- Leong, K. L., & Mun, C. (1991). KBSM matematik Tingkatan 4. Kuala Lumpur: Penerbitan Tunas Ilmu Sdn. Bhd.
- Lim, T. K. (1994). Gender-related Difference in intelligences: Application of confirmatory factor analysis. Intelligence, 19(2), 179-192.
- Margeret, J. K. , & Stanley, J. B. (1993). Implementing the discrete mathematics standard: Focusing on recursion. The Mathematics Teacher, 86(8), 675-680.
- Meiring, S. P., et. al. (1992). A core curriculum; Making mathematics count for everyone. Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series, grades 9-12. NCTM: Reston, Va.
- Monroe, M. C. (1991). Converting "It's No Use" into "Hey, there's a lot I can do": A matrix for environmental action taking. Clearing, 67, 32-33.
- Mukhopadhyay, S. (1990). Social sense making in mathematics: Children's ideas of negative numbers. Dalam Sharifah Norul Akmar. (1997). Skim penolakan integer pelajar tingkatan dua. Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan. Fakulti Pendidikan. Universiti Malaya. Kuala Lumpur.
- NCTM. (1988). Matrices. New topics for secondary school mathematics: Materials and software. NCTM: Reston, Va.

- Ngean, S. N. (1990). Keseimbangan kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran dalam pembangunan matematik. Masalah Pendidikan, 14, 121-130.
- Ngean, S. N. (1992). Masalah pendidikan, 16, 83-89.
- Ngean, S. N. (1992). Persepsi guru-guru terhadap konsep pemahaman dalam matematik. Jurnal Pendidikan, 14, 57-72.
- Nik Azis, N. P. (1997). Pendidikan matematik menurut pendekatan konstruktivisme radikal. Dalam Seminar Psikologi Pendidikan Matematik. Fakulti Pendidikan. Universiti Malaya.
- Pagon, D. (1998). Performing operations with matrices on spread sheets. The Mathematics Teacher, 91(4), 338-341.
- Parmer, R. S., & Cawley, J. F. (1994). Structuring word problems for diagnostic teaching: Helping teachers meet the needs for children with mild disabilities. Teaching Exceptional Children, 26(4), 16-21.
- Patron, R. (1991). Biological processes using simple matrices. Journal of Biological Education, 25(1), 37-43.
- Perham, E. A., & Perham, H. B. (1995). Discrete mathematics and historical analysis: A study of magellan. The Mathematics Teacher, 88(2), 106-111.
- Peter, L., & Miran, T. (1985). The theory of matrices. Orlando, Florida: Academic Press, Inc.
- Putnam, R.T., Lampert, M., & Peterson, P.L. (1990). Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary schools. Dalam C. B. Cazden (Ed.), Review of research in education, 16 (hlm 57-150). Washington: American Educational Research Association.
- Rachlin, S. L. (1995). The development of problem solving processes in a heterogeneous 8<sup>th</sup> grade algebra class. Paper presented at the 17<sup>th</sup> Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the psychology of mathematics education. Columbus, OH.
- Reed, D. B., & Furman, G. C. (1992). The 2X2 matrix in qualitative data analysis and theory generation. Paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association. San Francisco, CA.
- Reynolds, A.G. & Flagg, P.W. (1997). Cognitive psychology. Cambridge, Massachusetts: Winthrop Publishers Inc.

- Robinson, D. H., Schraw, G. (1994). Computational efficiency through visual argument: Do graphic organizers communicate relations in text too effectively? Contemporary Educational Psychology, 19(4), 399-415.
- Sai, P. K. (1986). Belajar untuk mengajar matematik sekolah menengah. Kuala Lumpur: Berita Publishing Sdn. Bhd.
- Schwartz, B., & Growe, B., (Ed.). (1988). Helping students develop an international perspective. International education resource units grade 5-8.
- Skemp, R. (1987). The psychology of learning mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Steffe, L. P. (1983). Children's algorithms as schemes. Dalam Aida Suraya. (1996). Skim nombor perpuluhan bagi murid tahun lima sekolah rendah. Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan. Fakulti pendidikan. Universiti Malaya. Kuala Lumpur.
- Sternberg, R. J. & Salter, W. (1982). Conceptions of intelligence. Dalam R. J. Sternberg (Ed.), Handbook of human intelligence. New York: Cambridge University Press.
- Tall, D. (1978). The dynamics of understanding mathematics. Mathematics Teaching, 84, 50-52.
- Tharp, M. L., Uprichard, E. E. (1992). A problem-solving inquiry oriented approach to learning mathematics: Student / teacher interactions of rule-based learners. Paper presented the Annual Meeting of the American Education Research Association San Francisco, CA.
- Thiagarajan, S. (1997). The meaning of life is as 2X2 matrix. Performance Improvement, 36(3), 14-17.
- Tik, C. C. (1993). The effectiveness study package in the learning of some secondary school matrices. Unpublished dissertation. Universiti Malaya, Kuala Lumpur.
- Tompkins, R. S. (1991). Teaching a cognitive learning strategy: Can teachers -in training assist middle school students to utilize a matrix technique to form comparisons and contrasts. Paper presented at the Annual Meeting of the Mid-Western Education Research Association. Chicago, Il.
- Townsley, K. L., Victor, B. (1992). Derive workshop matrix algebra and linear algebra. Paper presented at the International Conference on Technology in College Mathematics. Illinois.

- Tucker, A. (1993). The growing importance of linear algebra in understanding mathematics. College Mathematics Journal, 24(1), 3-9.
- Vinner, S. (1990). Inconsistencies. Their causes and functions in learning mathematics. Dalam Jeevanayaghy A/P Sivaratanam. (1998). Kefahaman dua orang pelajar tingkatan empat tentang angka bererti. Kertas projek tidak diterbitkan. Fakulti Pendidikan. Universiti Malaya. Kuala Lumpur.
- Wong, K. Y. (1987). Aspects of mathematics understanding. Singapore Journal of Mathematics Education, 8(2), 45-55.

Hak Milik MARA

LAMPIRAN A

KAJIAN TENTANG PENDARABAN DUA MATRIKS

MAKLUMAT DIRI PELAJAR

NAMA PELAJAR: \_\_\_\_\_

NAMA SEKOLAH: \_\_\_\_\_

TINGKATAN: \_\_\_\_\_

KEPUTUSAN MATEMATIK SEMESTER LEPAS: \_\_\_\_\_

PEKERJAAN BAPA: \_\_\_\_\_

PENDIDIKAN TERTINGGI BAPA: \_\_\_\_\_

GAJI BAPA : \_\_\_\_\_

MINAT ANDA: \_\_\_\_\_

CITA-CITA ANDA: \_\_\_\_\_

Hak Milik MARA



## LAMPIRAN B

## Ujian Kefahaman Pendaraban Matriks

Arahan: Jawab semua soalan. Tunjukkan jalan kerja anda di dalam ruangan yang disediakan.

---

1. Nyatakan syarat-syarat bagi mendarabkan dua matriks.

Jawapan:

---

2. Diberi  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Cari hasil darab matriks AB.

Jawapan:

---

3. Berdasarkan jawapan dalam soalan 2, nyatakan unsur bagi:
- baris pertama lajur kedua,
  - baris kedua lajur pertama.

Jawapan:

Hak Milik MARA

## LAMPIRAN B

## Ujian Kefahaman Pendaraban Matriks

Arahan: Jawab semua soalan. Tunjukkan jalan kerja anda di dalam ruangan yang disediakan.

---

1. Nyatakan syarat-syarat bagi mendarabkan dua matriks.

Jawapan:

---

2. Diberi  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$  dan  $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Cari hasil darab matriks AB.

Jawapan:

---

3. Berdasarkan jawapan dalam soalan 2, nyatakan unsur bagi:
- baris pertama lajur kedua,
  - baris kedua lajur pertama.

Jawapan:

Hak Milik MARA

4. Diberi  $P = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  dan  $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Tentukan sama ada pendaraban pasangan matriks PQ boleh dilakukan atau tidak. Jika boleh, cari hasil darab pasangan matriks PQ itu dan jika tidak boleh nyatakan sebab-sebabnya.

Jawapan:

---

5. Diberi  $M = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$  dan  $N = \begin{pmatrix} 2 \\ 1/3 \\ 0 \end{pmatrix}$

Cari hasil darab matriks MN itu.

Jawapan:

Hak Milik MARA

6. Diberi S ialah matriks yang mempunyai 3 baris dan 4 lajur dan T ialah matriks yang mempunyai 4 baris dan 2 lajur, andaikan U ialah hasil darab matriks ST,
- nyatakan peringkat bagi matriks U,
  - cuba gambarkan U secara umum dengan menggunakan sepasang tanda kurungan yang disediakan dibawah:

$$U = \left( \quad \quad \right)$$

Jawapan:

Hak Milik MARA